

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ
Физико-технический институт

Р. Л. Тофпенец, А. Г. Анисович

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Минск
«Беларуская навука»
2019

УДК 548

Тофпенек, Р. Л. Кристаллография / Р. Л. Тофпенек, А. Г. Анисович. – Минск : Беларуская навука, 2019. – 77 с. – ISBN 978-985-08-2509-4.

В монографии рассматриваются вопросы кристаллографии и минералогии, даются основные понятия о строении и свойствах твердых кристаллических веществ, основы геометрической и структурной кристаллографии, кристаллохимии. Рассмотрены кристаллы в металлических сплавах. Приведены цветные фотографии кристаллических веществ, наиболее часто встречающихся в быту и в процессе лабораторных работ.

Издание предназначено для студентов и магистрантов, изучающих кристаллографию, а также инженерно-технических специалистов, совершенствующихся в данной области.

Табл. 7. Ил. 60. Библиогр.: 12 назв.

Р е ц е н з е н т ы:

член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук,
профессор *Ф. И. Пантелеенко*,
доктор технических наук, профессор *М. Л. Хейфец*

ISBN 978-985-08-2509-4

© Тофпенек Р. Л., Анисович А. Г., 2019
© Оформление. РУП «Издательский дом
«Беларуская навука», 2019

ВВЕДЕНИЕ

Минералогия, кристаллография и петрография являются самостоятельными научными разделами геологии (от греч. *ge* – земля, *logos* – учение) – науки об истории развития, вещественном составе и строении Земли, особенно земной коры.

Кристаллография (от греч. *krystallos* – застывший на холоде и *grapho* – пишу, описываю) – наука о кристаллах и кристаллическом строении вещества.

Минералогия (от франц. *mineral* – руда и греч. *logos* – учение) – наука о природных химических соединениях – минералах.

Петрография (от греч. *petros* – камень, образующий земную кору, и *grapho* – пишу) – наука о горных породах.

Взаимосвязь этих наук между собой и с другими науками может быть представлена схемой (рис. 1).

Минералогия является самой древней геологической наукой. Применяя каменные материалы с древних времен (каменный век), человек накапливал сведения, не выделяя минералы среди всех неорганических тел. Потребность в специальной науке о минералах возникла значительно позже в связи с быстрым увеличением добычи сырья в эпоху формирования капитализма. Знакомство человека с минералами, их использование, историю развития науки о минералах можно проследить по результатам раскопок и сохранившимся рукописям трудов, написанных в разное время различными авторами. Так, раскопки, проведенные в Египте, Средней Азии и других районах, свидетельствуют об использовании минералов, минеральных агрегатов, руд уже в IV тысячелетии до н. э. В порядке хронологии накопление сведений о минералах можно проследить по следующим трудам.

500 г. до н. э. – упоминание о минералах в труде китайского ученого Сан-Хей-Дина «Древнее сказание о горах и людях». В этом



Рис. 1. Схема взаимосвязи кристаллографии, минералогии, петрографии с другими общеобразовательными науками

манускрипте упоминалось о 17 минералах (в т. ч. самородных металлах).

300 г. до н. э. – труд Аристотеля «Минералогия», включающий раздел о камнях (минералах и металлах).

372–287 гг. до н. э. – труд Теофраста (ученика Аристотеля) «Трактат о веществах “минерального” царства».

Плиний Старший (23–79 гг. до н. э.) написал «Естественную историю», пять глав которой были посвящены минералам (драгоценные металлы, руды, краски).

1000 г. н. э. – «Классификация минеральных тел», созданная среднеазиатским ученым (врачом, философом) Авиценной (Абу Али Ибн Сина). Эта классификация использовалась в Европе до конца XVIII в. «Книга исцеления», написанная Авиценной, излагала основы естествознания, описание минералов, их происхождение.

Физические свойства камней и минералов были описаны ученым из Хорезма Аль-Бируни (972–1048 гг.) и Георгом Бауэром (Агрикола) (1494–1555 гг.) в книге «О природе ископаемых» и «О рудах минералов». Именно Агрикола признан отцом минералогии.

Становление минералогии как науки относят к XV–XVII вв. Впервые термин «минералогия» применительно к науке о полезных ископаемых употребил итальянский ученый Бернارد Цезиус (1636 г.).

Первая систематизация минералов была предложена К. Линнеем (1707–1778 гг.), который в написанной им книге «Система минералов» ввел понятие «минеральный вид». В основе этой систематизации заложен внешний признак минерала.

Основоположники химического направления в минералогии Юхан Готтшальк Валлериус (1709–1785 гг.), Аксель Фредрик

Кронстедт (1722–1765 гг.), Торберн Улаф Бергман (1735–1784 гг.) – шведская минералогическая школа; Михаил Васильевич Ломоносов (1711–1765 гг.), Василий Михайлович Севергин (1765–1826 гг.), Иоганн Тобиас Ловиц (1757–1804 гг.), Герман Иванович Гесс (1802–1850 гг.) – российская школа.

Причина интенсивного развития химического направления в минералогии – большие достижения химических наук в XVIII в. В то же время исследователи проявляли повышенный интерес и к физическим свойствам минералов. Существенный вклад в кристаллографию минералов внесли Николай Иванович Кокшаров (1818–1892 гг.), Павел Владимирович Еремеев (1830–1899 гг.), Виктор Мордехай Гольдшмидт (1853–1933 гг.). К этому времени благодаря разработке теоретических основ кристаллографии минералогия накопила достаточно теоретических и экспериментальных данных для перехода к кристаллохимическому направлению.

Историю кристаллографии принято отсчитывать от 1669 г. – года открытия закона постоянства соответственных углов в кристаллах (датский ученый Николас Стено) и явления двойного лучепреломления света в кристаллах исландского шпата (датский ученый Расмус Бартолин).

Позже была создана общая теория строения кристаллов (Ренэ-Жюст Гаюи) – 1783 г.; введено понятие кристаллической решетки (английский химик Уильям Хайд Волластон) – 1813 г.; работы по кристаллографии французского ученого Огюста Бравэ – 1866 г., Иоганна Фридриха Христиана Гесселя, Пьера Кюри, Евграфа Степановича Федорова.

К началу XX в. в основном сложились разделы кристаллографии, связанные с геометрией кристаллов, их классификацией, законами роста и свойствами. Экспериментальное подтверждение этих работ было получено благодаря открытию Макса фон Лауэ об эффекте дифракции рентгеновских лучей на кристаллах; работам Вульфа и Брэггов, предложившим формулы для расчета межплоскостных расстояний в кристаллах. К настоящему времени изучены структуры почти всех природных неорганических соединений и биологических объектов. Направления классической кристаллографии дополнены учением о дефектах структуры

реальных кристаллов, которые оказывают существенное влияние на физико-механические свойства кристаллов.

По мере развития знаний в области минералогии и кристаллографии содержание понятия «минерал» сужалось за счет исключения из их числа горных пород, аморфных веществ и др. Появилась отдельная наука – петрография, изучающая минеральный и химический состав, условия залегания, распространение и классификацию горных пород.

Кристаллография – наука, изучающая процессы образования кристаллов, их форму, структуру и физико-механические свойства.

Точное определение кристаллографии дал советский ученый Георгий Борисович Бокий, определив кристаллографию как науку, занимающуюся изучением многообразия кристаллов (как ботаника – многообразием растений, химия – химических соединений и т. п.). Она выявляет признаки единства (законы) в этом многообразии, исследует свойства и строение (структуру) одиночных кристаллов и кристаллических агрегатов. Кристаллография изучает протекающие в кристаллах явления их взаимодействия со средой; изменения, происходящие в кристаллах под влиянием тех или иных воздействий. Одним словом, кристаллография является наукой, всесторонне изучающей кристаллическое вещество. Перед кристаллографией ставится и ряд практических задач, важнейшей из которых является получение искусственных кристаллов. Базой кристаллографии являются три науки – математика, физика, химия. На этом основании кристаллография подразделяется на три раздела:

1) *геометрическая кристаллография*. Этот раздел изучает внешние формы и симметрию кристаллов, геометрические законы кристаллографии;

2) *кристаллохимия*. Этот раздел изучает внутреннее строение кристаллических веществ и их зависимость от химического состава; пространственное расположение и химическую связь атомов в кристаллах, а также зависимость физических и химических свойств кристаллических веществ от их строения;

3) *кристаллофизика*. Этот раздел изучает, главным образом, физические свойства кристаллов.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

1.1. Пространственная решетка

Главной отличительной особенностью внутреннего строения кристаллических веществ является периодический характер расположения частиц (атомов, ионов или молекул) в трехмерном пространстве.

Для описания закономерного внутреннего строения кристаллов используют трехмерную пространственную решетку (рис. 1.1, а). Периодическому расположению атомов в кристалле соответствует периодическое расположение узлов – математических точек в пространственной решетке.

Между кристаллической структурой и ее пространственной решеткой существует геометрическое и размерное соответствие. Это значит, что если один из узлов пространственной решетки совместить с центром любого атома, то все остальные узлы соответствующим образом ориентированной пространственной решетки совпадут с центрами единичных атомов.

Величины межатомных расстояний вдоль координатных направлений a , b , c (рис. 1.1, б) называются параметрами, или периодами кристаллической структуры, и являются важнейшими характеристиками кристаллов.

Совокупность узлов пространственной решетки можно описать с помощью радиус-векторов типа:

$$\vec{R} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c},$$

где $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – координатные базисные векторы, ориентированные параллельно плотнейшим атомным рядам решетки и равные по

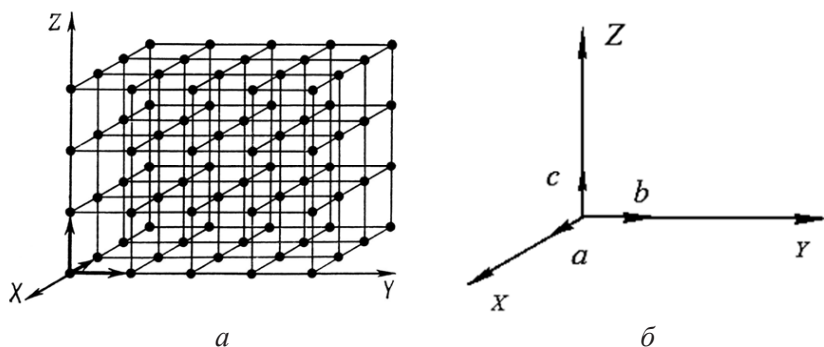


Рис. 1.1. Пространственная решетка (а) и координатные направления (б)

модулю соответствующим межатомным расстояниям; m, n, p – любые целые числа (от $-\infty$ до $+\infty$, включая нуль).

Всю бесконечную пространственную решетку можно разбить на одинаковые повторяющиеся элементы (параллелепипеды) с ребрами a, b, c . Это элементарный параллелепипед, или параллелепипед повторяемости (рис. 1.2). В общем случае это элементарная ячейка пространственной решетки.

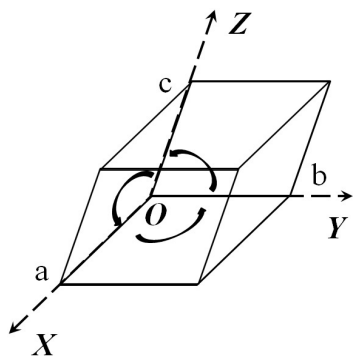


Рис. 1.2. Элементарный параллелепипед: a, b, c – элементарные трансляции по осям OX, OY, OZ соответственно; α, β, γ – углы, лежащие напротив осей OX, OY, OZ соответственно

Следует отметить, что выбор направлений кристаллографических осей координат в кристалле обычно можно провести с помощью естественной огранки кристалла, так как она образуется такими гранями, которые соответствуют наиболее плотноупакованным атомным плоскостям – плоскостям с максимальной ретикулярной плотностью (количество узлов сетки на единицу площади).

Таким образом, пространственная решетка – это бесконечное трехмерное периодическое образование или геометрическое построение, с помощью которого в кристалли-

ческом пространстве выявляются одинаковые точки – узлы. Узел пространственной решетки необязательно отождествлять с расположением атома, иона и частицы, как и пространственную решетку с кристаллической структурой, т. к. кристаллическая структура – это физическая реальность, а пространственная решетка – геометрическое построение, помогающее выявлению законов симметрии и симметрических преобразований кристаллической структуры.

1.2. Определение направлений и атомных рядов

При формировании кристалла его размеры и форма могут изменяться. Углы между гранями всегда остаются постоянными. Поэтому форму кристалла, расположение его элементов симметрии, анизотропию свойств можно характеризовать набором углов между гранями. Для этой цели служат стереографические проекции.

1.2.1. Полярная система координат

Эта система применяется для обозначения направлений в кристаллах. Любое направление определяется двумя точками, одна из которых « O » лежит в центре сферы, а другая « M » – на поверхности сферы постоянного радиуса. Таким образом, полярные координаты включают полярное расстояние ρ и долготу φ (рис. 1.3).

Полярное расстояние – угол между заданным направлением и вертикалью; долгота – угол между начальным меридианом и меридианом, проходящим через заданное направление.

Долготу отсчитывают вдоль экватора по часовой стрелке от начального меридиана OB . Полярное расстояние отсчитывается

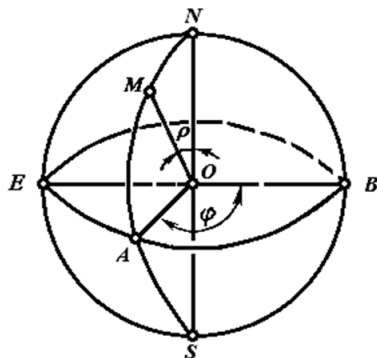


Рис. 1.3. Полярные координаты направления OM

от северного полюса N по меридиану, проходящему через заданную точку.

Так, полярное расстояние точки M на рис. 1.3 $\rho = \angle NOM$ отсчитывается от N по меридиану $NMAS$, долгота $\varphi = \angle BOA$ отсчитывается по экватору BAE от точки B по часовой стрелке. Примерные координаты точки M : $\rho = 45^\circ$; $\varphi = 90^\circ$. Координаты точки A : $\rho = 90^\circ$; $\varphi = 90^\circ$; точки B : $\rho = 90^\circ$; $\varphi = 0^\circ$. Если точка M лежит на верхней полусфере, то для нее $0^\circ \leq \rho \leq 90^\circ$; для точек на нижней полусфере $90 < \rho \leq 180^\circ$. Экватор принадлежит одновременно верхней и нижней полусферам и содержит точки с $\rho = 90^\circ$. Точки экватора относят условно к верхней полусфере. Таким образом, горизонтальные направления OA , OB , OE имеют $\rho = 90^\circ$, при этом точки A , B , E лежат на экваторе сферы.

1.2.2. Сферическая проекция

Сферическая проекция представляется в виде сферы со следами пересечения направлений и плоскостей кристалла с ее поверхностью (рис. 1.4).

Сферическая проекция направления (нормали к плоскости) – точка на сфере, являющаяся следом от пересечения направления, проходящего через центр сферы произвольного радиуса, с поверхностью сферы (рис. 1.4, а, точки a , b , c , d , e , f). Сферическая

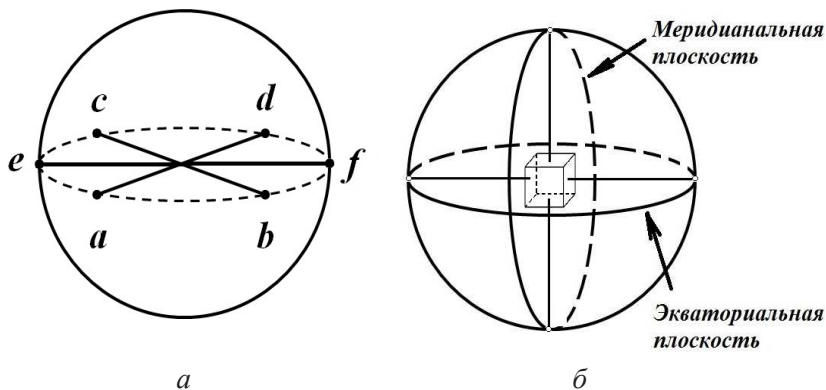


Рис. 1.4. Сферическая проекция направлений (а) и плоскостей (б) кристалла

проекция оси кристалла – две диаметрально противоположные точки на сфере – следы пересечения оси, проходящей через центр сферы произвольного радиуса, с поверхностью сферы (рис. 1.4, *a*, точки *ad*, *bc*, *ef*).

Сферическая проекция плоскости (грани кристалла) имеет вид большого круга на сфере – центральное сечение сферы произвольного радиуса данной плоскостью. Сферическая проекция горизонтальной плоскости изображается большим горизонтальным кругом – экватором сферы. Сферическая проекция вертикальной плоскости изображается большим вертикальным кругом – меридианальным сечением сферы, проходящим через оба полюса сферы (рис. 1.4, *б*). Сфера проекций условно делится на две полусферы: верхнюю и нижнюю. Точки экватора принято относить к верхней полусфере.

1.2.3. Стереографическая проекция

Стереографическая проекция получается путем проектирования сферической проекции на экваториальную плоскость. При этом каждая точка сферической проекции соединяется прямой – лучом зрения с противоположным полюсом сферы проекций. Следом пересечения луча с горизонтальным, экваториальным сечением сферы проекций (плоскостью стереографической проекции) является точка на стереографической проекции (рис. 1.5). Полюсам стереографической проекции или полярной оси *NS* соответствуют две наложившиеся друг на друга диаметрально противоположные точки в центре круга проекции. Стереографическую проекцию кристаллографического направления *Oa₁* (рис. 1.5) определяют как след пересечения луча зрения *SA*, проведенного к точке *A* на сфере из противоположного полюса сферы *S*, с плоскостью экваториального сечения сферы *Q*, которая является плоскостью стереографической проекции. Точка *a* является стереографической проекцией направления *OA*.

Стереографические проекции горизонтальных направлений (*OH*, *OG*) располагаются на контуре круга проекций; проекции вертикальных (*ON*) направлений – в центре круга проекций;

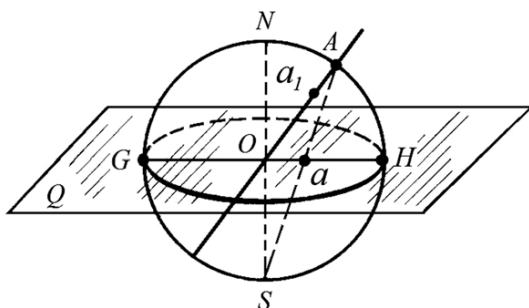


Рис. 1.5. Принцип построения стереографической проекции

проекции наклонных направлений – между центром и контуром круга проекций (точка a).

Стереографическая проекция горизонтальной плоскости – окружность, совпадающая с границами круга проекций. Проекция вертикальной плоскости совпадает с диаметром круга проекций. Проекция наклонной плоскости – дуга, опирающаяся на концы диаметра круга проекций.

1.2.4. Сетка Вульфа

Для построения стереографических проекций направлений по их полярным координатам и измерения углов между направлениями по их проекциям (и решения обратной задачи) используют кристаллографическую сетку Вульфа. Сетка Вульфа представляет собой проекцию дуг меридианов и параллелей на плоскость меридиана. Точка зрения перемещается на экваторе и на сетке совмещается с центром проекций. Диаметр сетки – 20 см, цена деления 2° (рис. 1.6).

Для решения кристаллографических задач с помощью сетки Вульфа используют лист кальки того же формата. Кальку накладывают на сетку Вульфа. В центре отмечают точку и линии в виде креста по горизонтальному и вертикальному направлениям (рис. 1.7). На кальке отмечают точку отсчета (справа), соответствующую 0° значению долготы. Отсчет угла φ ведут по окружности сетки Вульфа. Полярное расстояние ρ отсчитывается от

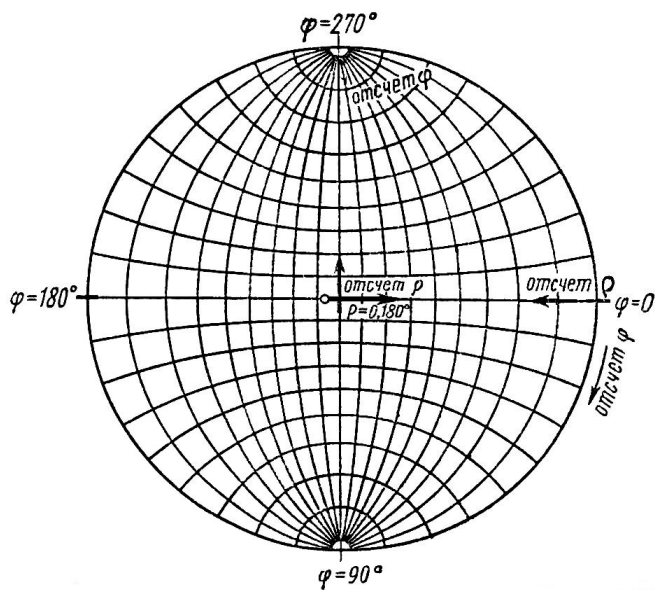


Рис. 1.6. Сетка Вульфа

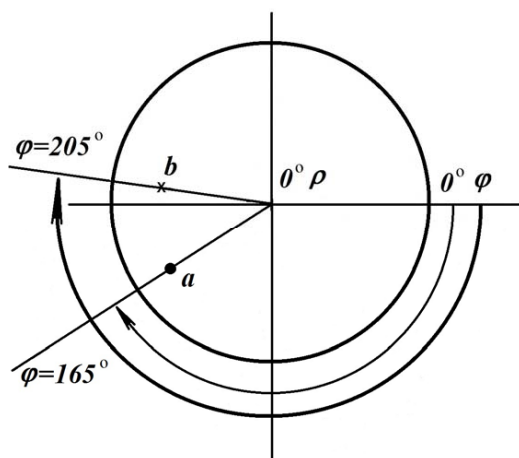


Рис. 1.7. Построение стереографической проекции направлений с координатами точки a ($\varphi = 165^\circ$; $\rho = 68^\circ$) и точки b ($\varphi = 205^\circ$; $\rho = 124^\circ$)

центра, соответствующего $\rho = 0$, по любому концу диаметра в направлении большого круга проекций, где $\rho = 90^\circ$ и обратно в направлении центральной точки, если $\rho > 90^\circ$ (до 180°). Любая точка, расположенная на большом круге проекций, будет иметь $\rho = 90^\circ$, а точке в центре кальки соответствует $\rho = 0^\circ$ или $\rho = 180^\circ$.

Если полярное расстояние какого-либо направления больше 90° , то стереографическая проекция будет расположена в нижней полусфере. Отсчет полярного расстояния, как отмечалось, будет производиться от центра проекций в направлении круга и обратно – от круга к центру. Такая проекция обозначается крестиком (точка b с координатами $\varphi = 205^\circ$, $\rho = 124^\circ$) на рис. 1.7.

1.2.5. Гномостереографическая проекция

При построении гномостереографической проекции многогранника проектируется не сам многогранник, а его полярный комплекс. При этом плоскостью гномостереографической проекции является экваториальная плоскость сферы проекций.

Для получения проекции плоскости проводят нормаль к этой плоскости до пересечения со сферой проекций и линию, которая соединяет полученную точку с точкой зрения «S» (рис. 1.8). При построении проекции нормалей, пересекающих шар в нижней полусфере, переносят точку зрения в северный полюс «N». Проекции плоскостей, лежащих выше плоскости проекции, обозначают кружками, а нижних – крестиками.

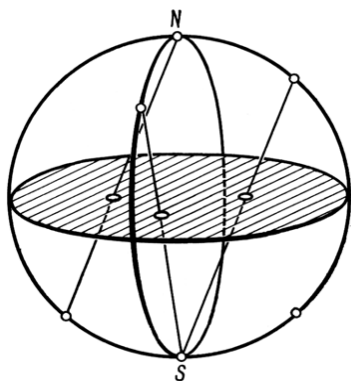


Рис. 1.8. Принцип построения гномостереографической проекции

Горизонтальные плоскости проектируются в центр круга проекций; вертикальные – на круг проекций; косые – внутри круга. Проекции направлений изображаются так же, как нормали к плоскостям.

1.3. Определение символов плоскостей и направлений

1.3.1. Методы определения символов плоскостей

Символ любой плоскости в кристалле можно определить по ее параметрам и по величине отрезков OA , OB и OC , отсекаемых ею по осям координат OX , OY , OZ (рис. 1.9).

Индицирование плоскости по параметрам.

Координаты точек пересечения плоскости ABC с осями координат: A $[[a; 0; 0]]$, B $[[0; b; 0]]$, C $[[0; 0; c]]$. Уравнение плоскости в отрезках:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, \quad (1.1)$$

где числа a , b , c – параметры плоскости.

Заменяя дроби $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ пропорциональными им взаимно-простыми числами h, k, l , имеем:

$$h : k : l = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}. \quad (1.2)$$

Уравнение плоскости тогда запишется в виде:

$$hx + ky + lz = n, \quad (1.3)$$

где h, k, l – индексы, а их совокупность, заключенная в скобки, определяет символ плоскости в кристалле (hkl) . Определение символов плоскости по заданным отрезкам и осевым единицам называют методом индицирования плоскости кристалла по отрезкам, а индексы (hkl) называют индексами Миллера. Это любые целые числа, включая 0.

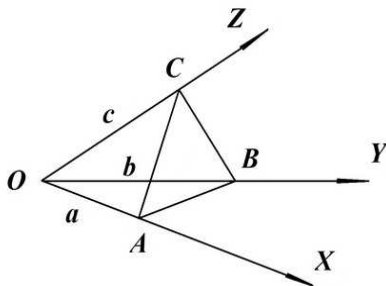


Рис. 1.9. Определение символа плоскости

Пример. Определить символ плоскости по заданным параметрам $a = 3, b = 2, c = 6$.

$$h:k:l = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{6} = 2:3:1.$$

Символ плоскости (231).

Индицирование плоскости по отрезкам.

Определение символа плоскости возможно не только по параметрам, но и по отрезкам OA, OB, OC , отсекаемым по координатным осям x, y, z . В этом случае величины отрезков могут быть измерены числом осевых единиц – межатомных расстояний, отсекаемых вдоль каждой оси a_0, b_0, c_0 . Тогда $OA = aa_0$; $OB = bb_0$, $OC = cc_0$. Данные соотношения позволяют определить значения параметров плоскости ABC с тем, чтобы подставить их в (1.2) и получить новое выражение для определения индексов плоскости по отношениям отрезков, отсекаемым ею на координатных осях:

$$a = \frac{OA}{a_0}; b = \frac{OB}{b_0}; c = \frac{OC}{c_0},$$

$$h:k:l = \frac{1}{OA/a_0} : \frac{1}{OB/b_0} : \frac{1}{OC/c_0}. \quad (1.4)$$

Пример. Определить символ плоскости, если отрезки, отсекаемые плоскостью на осях координат $OA:OB:OC = 8,79 : 9,44 : \infty$ (∞ означает, что заданная плоскость расположена параллельно оси OZ); отношение осевых единиц: $a_0 : b_0 : c_0 = 0,621 : 1 : 1,013$.

$$h:k:l = \frac{1}{8,79/0,621} : \frac{1}{9,44/1} : \frac{1}{\infty/1,013} = 2:3:0.$$

Символ плоскости (230).

В некоторых случаях определение символа плоскости приходится проводить, когда отношение осевых единиц неизвестно, но заданы, помимо отрезков, отсекаемых определяемой плоско-

стью кристалла на координатных осях, соответствующие отрезки для другой плоскости кристалла с известными индексами (hkl). Тогда, в соответствии с уравнением (1.4), для индексов известной плоскости:

$$h_1 : k_1 : l_1 = \frac{1}{OA_1 / a_0} : \frac{1}{OB_1 / b_0} : \frac{1}{OC_1 / c_0}. \quad (1.5)$$

Для индексов неизвестной плоскости:

$$h : k : l = \frac{1}{OA_2 / a_0} : \frac{1}{OB_2 / b_0} : \frac{1}{OC_2 / c_0}. \quad (1.6)$$

Разделив одно отношение на другое, получим выражение для определения индексов плоскости, не содержащее осевых единиц:

$$h : k : l = h_1 \frac{OA_1}{OA_2} : k_1 \frac{OB_1}{OB_2} : l_1 \frac{OC_1}{OC_2}. \quad (1.7)$$

Отметим, что если грань с известным символом является единичной (hkl) = (111), то выражение (1.6) упростится:

$$h : k : l = \frac{OA_1}{OA_2} : \frac{OB_1}{OB_2} : \frac{OC_1}{OC_2}. \quad (1.8)$$

Пример. Необходимо определить грани кристалла (плоскости) по заданным отрезкам, которые отсекает эта грань: $OA_2 = 2,5$; $OB_2 = 8,65$; $OC_2 = 20,00$. С учетом значений отрезков, отсекаемых на осях координат единичной гранью того же кристалла: $OA_1 = 10,00$; $OB_1 = 34,00$; $OC_1 = 40,00$, получим:

$$h : k : l = \frac{10,00}{2,5} : \frac{34,00}{8,65} : \frac{40,00}{20,00} = 4 : 4 : 2.$$

Символ грани (221).

Частный случай – индцирование плоскости кристалла по отрезкам при равенстве осевых единиц ($a_0 = b_0 = c_0$). Для таких кристаллов выражение для определения индексов по отрезкам (1.4)

записывается в упрощенном виде – без осевых единиц. Индексы плоскостей кристаллов в этом случае определяются как величины, обратно пропорциональные величинам отрезков, отсекаемых плоскостями на осях координат:

$$h:k:l = \frac{1}{OA} : \frac{1}{OB} : \frac{1}{OC}. \quad (1.9)$$

Пример. Заданное соотношение отрезков $OA : OB : OC = (-16,38) : 12,28 : 24,56$. Определить символ плоскости.

$$h:k:l = \frac{1}{-16,38} : \frac{1}{12,28} : \frac{1}{24,56} = -3:4:2.$$

Символ плоскости ($\bar{3}42$). Запись $\bar{3}$ означает, что $h = -3$.

Индицирование плоскостей кристаллов гексагональной сингонии.

При индицировании этих кристаллов к трем координатным осям OX , OY , OZ добавляется ось OU , лежащая в горизонтальной плоскости и располагающаяся по биссектрисе между отрицательными осями ($-OX$) и ($-OY$) (рис. 1.10).

В этом случае вводится дополнительный индекс « i », соответствующий отношению OE/e_0 , где OE – отрезок, отсекаемый плоскостью по оси OU ; e_0 – осевая единица на этой оси.

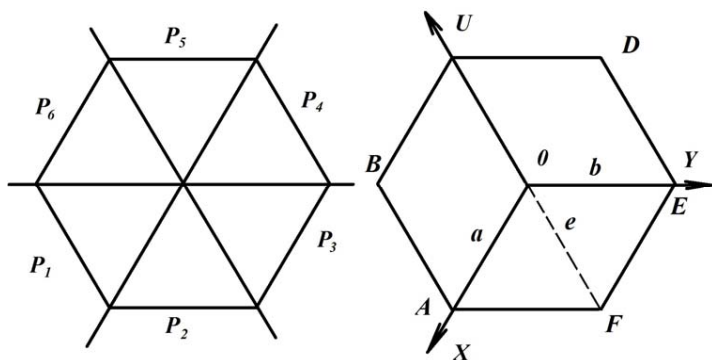


Рис. 1.10. Индицирование плоскостей гексагональной сингонии

$$h : k : i : l = \frac{1}{OA/a_0} : \frac{1}{OB/b_0} : \frac{1}{OE/e_0} : \frac{1}{OC/c_0}. \quad (1.10)$$

Учитывая, что $a_0 = b_0 = e_0 \neq c_0$:

$$h : k : i : l = \frac{1}{OA} : \frac{1}{OB} : \frac{1}{OE} : \frac{1}{\frac{a_0}{c_0} OC}. \quad (1.11)$$

Такие символы ($hki\bar{l}$) называются четырехосными.

Используя четырехосную систему координат с помощью формулы (1.10), получим однотипные («четырёхосные») символы. Для вертикальной грани P_1 , параллельной осям OU и OZ , отрезок, отсекаемый по оси OX (OA), равен по величине и противоположен по знаку отрезку, который эта грань отсекает на отрицательной полуоси OY (OB), получаем отрезки $OA = -OB$, $OE = \infty$, $OC = \infty$. Тогда символ грани P_1 : $(1\bar{1}00)$. Для грани P_2 : $OA = -OU$, $OB = \infty$, $OC = \infty$, символ $(10\bar{1}0)$; P_3 : $(01\bar{1}0)$; P_4 : $(\bar{1}100)$; P_5 : $(\bar{1}010)$; P_6 : $(0\bar{1}10)$.

Для горизонтальной (верхней) грани получим $OA = \infty$, $OB = \infty$, $OE = \infty$ ($OC = 1$) и символ (0001) . Между четырехосными индексами существует соотношение $h+k+i=0$, которое позволяет переход от трехосного символа к четырехосному и обратно. Так, трехосный символ грани P_3 (100) , а четырехосный $(10\bar{1}0)$, т. е. $i = -(h+k) = -(1+0) = -1$.

Дополнительный индекс i обычно применяют для того, чтобы выявить в кристалле симметрично-равные, эквивалентные плоскости. Поскольку этот индекс не используют для расчета таких фундаментальных характеристик кристалла, как межплоскостные расстояния и углы между плоскостями и координатными направлениями, его при записи иногда заменяют точкой и называют «немым», или «непроизносимым» индексом. Например: полная запись символа $(2\bar{1}\bar{1}0)$ может быть записана как символ $(2\bar{1}.0)$.

1.3.2. Индицирование направлений

Пространственное расположение любого атома в кристаллической решетке можно определить с помощью координат радиус-вектора, который соединяет два узла: O $[[0; 0; 0;]]$ и M $[[m; n; p]]$. Заданное кристаллографическое направление совпадает с радиус-вектором:

$$\vec{R} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c},$$

где $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – базисные векторы, соответствующие периодам a_0, b_0, c_0 кристаллической решетки. Символы направлений определяют с помощью взаимно простых чисел u, v, w , которые пропорциональны координатам радиус-вектора $\vec{R}$:

$$u : v : w = m : n : p.$$

Индексы направления записывают в квадратных скобках: $[uvw]$.

Для описания направлений в гексагональной решетке применяют и трехосные $[uvw]$, и четырехосные $[r_1 r_2 r_3 r_4]$ символы. Для определения трехосных символов применяют формулу общего вида:

$$u : v : w = \frac{OA}{a_0} : \frac{OB}{b_0} : \frac{OC}{c_0},$$

$$\text{или } u : v : w = OA : OB : OC,$$

где OA, OB, OC – координаты заданного вектора.

Между четырехосными индексами направлений существует соотношение:

$$r_1 + r_2 + r_3 = 0.$$

Переход от трехосных символов направлений к четырехосным осуществляется по соотношениям:

$$r_1 = 2u - v; r_2 = 2v - u; r_3 = -u - v; r_4 = 3w.$$

Символ направления в кристалле можно определить:

а) по координатам точки $M (OM_x, OM_y, OM_z)$ и осевым единицам a_0, b_0, c_0 , если направление проходит через начало координат:

$$u : v : w = OM_x / a_0 : OM_y / b_0 : OM_z / c_0;$$

б) по координатам двух точек $M (OM_x, OM_y, OM_z)$ и $N (ON_x, ON_y, ON_z)$ и осевым единицам a_0, b_0, c_0 :

$$u : v : w = (ON_x - OM_x) / a_0 : (ON_y - OM_y) / b_0 : (ON_z - OM_z) / c_0;$$

в) по заданным символам плоскостей, линия пересечения которых – искомое направление.

Если символы плоскостей $(h_1 k_1 l_1)$ и $(h_2 k_2 l_2)$, то:

$$u : v : w = (k_1 l_2 - k_2 l_1) : (l_1 h_2 - l_2 h_1) : (h_1 k_2 - h_2 k_1).$$

Для кубических кристаллов:

а) по координатам точки $M (OM_x, OM_y, OM_z)$, лежащей на заданном направлении, проходящем через начало координат:

$$u : v : w = OM_x : OM_y : OM_z;$$

б) по координатам двух точек $M (OM_x, OM_y, OM_z)$ и $N (ON_x, ON_y, ON_z)$, лежащих на данном направлении:

$$u : v : w = (ON_x - OM_x) : (ON_y - OM_y) : (ON_z - OM_z).$$

СИММЕТРИЯ КРИСТАЛЛОВ

2.1. Общие понятия. Элементы симметрии

«Симметрия» в переводе с греческого означает «соизмеримость».

Симметрия – свойство геометрической фигуры при определенном преобразовании пространства приобретать новое положение, неотличимое от исходного (самосовмещаться).

Под симметрией кристаллов понимаются закономерности строения, внешней формы и физических свойств кристаллов, заключающиеся в том, что кристалл может быть совмещен с самим собой путем поворотов, отражений, параллельных переносов (трансляций) и других преобразований или их комбинаций.

Симметричными называются тела, состоящие из одинаковых частей, которые могут совмещаться. Симметрия – основное свойство кристаллов, которое определяет законы расположения структурных элементов в пространственной решетке, взаимное расположение граней в кристалле. Знание симметрии позволяет выявить в кристалле специфические кристаллографические плоскости и направления.

Внешняя форма кристаллов является следствием их трехмерно-периодического атомного строения. Поэтому симметрия внешней формы многогранников определяет и симметрию их свойств.

Симметрия кристаллов описывается с помощью определенных элементов симметрии: плоскости симметрии, оси симметрии, центра симметрии. Обозначения элементов симметрии приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Элементы симметрии и их обозначение

Название	Обозначение	
	Международный символ	По формуле симметрии
Плоскость симметрии	m	P
Центр симметрии	$\bar{1}$	C
Поворотная ось симметрии:	n	L_n
двойная	2	L_2
тройная	3	L_3
четверная	4	L_4
шестерная	6	L_6
Инверсионная ось симметрии:	$\bar{n}$	$L_{\bar{n}} = L_{ni}$
тройная	$\bar{3}$	$L_{\bar{3}} = L_{3i}$
четверная	$\bar{4}$	$L_{\bar{4}} = L_{4i}$
шестерная	$\bar{6}$	$L_{\bar{6}} = L_{6i}$

Плоскость симметрии (P).

Плоскостью симметрии называется воображаемая плоскость, которая делит кристалл на части так, что одна из этих частей является зеркальным отображением другой. Плоскость симметрии проходит либо вдоль ребра кристалла, образуя при этом равные углы с обеими гранями, либо через биссектрису угла между пересекающимися ребрами кристалла, либо перпендикулярно одной из граней кристалла, разделяя его на две зеркально равные части (рис. 2.1). В каждом кристалле может быть разное количество плоскостей симметрии. Например, в кубе девять плоскостей симметрии (рис. 2.2). Теоретически доказано, что восемь и более девяти плоскостей симметрии в кристалле не существует. На рис. 2.3 показаны многогранники без плоскостей симметрии.

Ось симметрии (L).

Осью симметрии называется такая воображаемая прямая, при повороте вокруг которой на некоторый угол фигуры совмещаются. Порядок оси симметрии определяет количество совмещений фигуры при ее повороте на 360° . Угол поворота, при котором

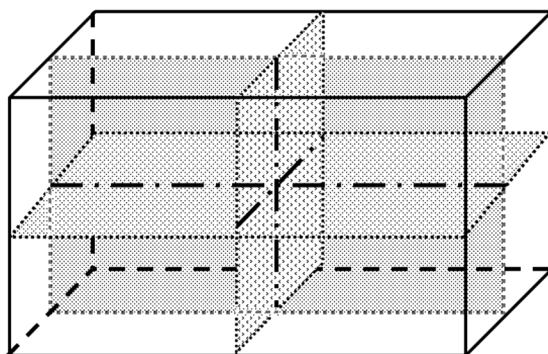


Рис. 2.1. Три плоскости симметрии в прямоугольном параллелепипеде, проведенные через середины граней перпендикулярно им

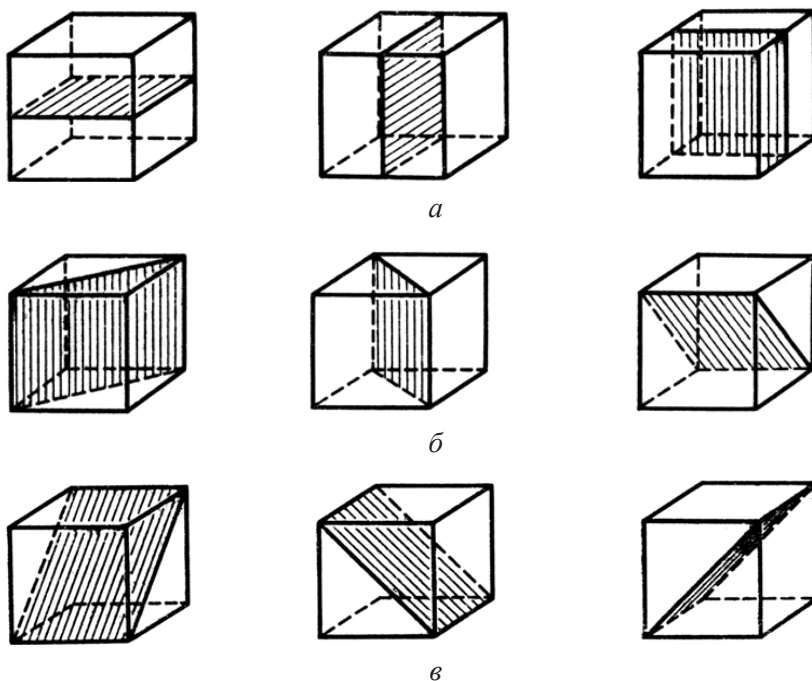


Рис. 2.2. Плоскости симметрии куба: *a* – три координатных плоскости симметрии; *б, в* – шесть диагональных плоскостей

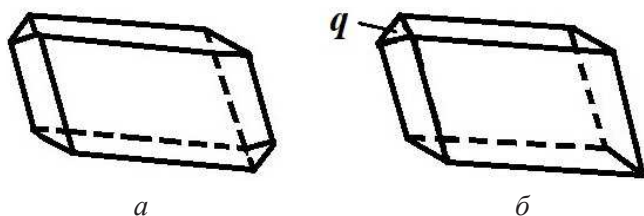


Рис. 2.3. Многогранники без плоскостей симметрии: *а* – с центром симметрии; *б* – без центра симметрии (грань *q* не имеет параллельной)

происходит совмещение, называется элементарным углом поворота (α). Порядок оси симметрии однозначно связан с элементарным углом поворота, выраженным в градусах, соотношением $360^\circ/\alpha$. Иначе говоря, количество совмещений при повороте на 360° называется порядком отражения L_1, L_2, L_3 и т. д. Соответственно, элементарный угол поворота для этих осей $360^\circ, 180^\circ, 120^\circ$ и т. д.

В кристалле существуют оси второго, третьего, четвертого и шестого порядков. Оси первого порядка не определяются в силу того, что таких осей может быть бесчисленное множество. Отсутствие в кристалле осей симметрии 5-го и выше 6-го порядков обусловлено закономерностями внутреннего строения кристаллов. Так, при наличии в кристаллах осей симметрии 5, 7, 8-го порядков, материальные частицы (атомы) должны были бы располагаться в вершинах правильных пяти-, семи-, восьмиугольников. При таком расположении частиц плоская сетка не может быть построена без просветов. Оси симметрии проходят через середины граней и ребер, вершины (рис. 2.4). Например, у куба через центры противоположных граней проходят три оси симметрии четвертого порядка ($4, L_4$) (рис. 2.5, *а*). Соединив вершины куба, получают оси третьего порядка – ($3, L_3$) (рис. 2.5, *б*). Через середины противоположных ребер куба проходят шесть осей второго порядка – ($2, L_2$) (рис. 2.5, *в*). Кроме обычных осей симметрии в кристаллах возможны более сложные инверсионные оси (от лат. *inversio* – «перестановка»). При повороте вокруг них происходит совмещение не только обычных частиц кристалла, но и зеркально отраженных. Инверсионная ось симметрии

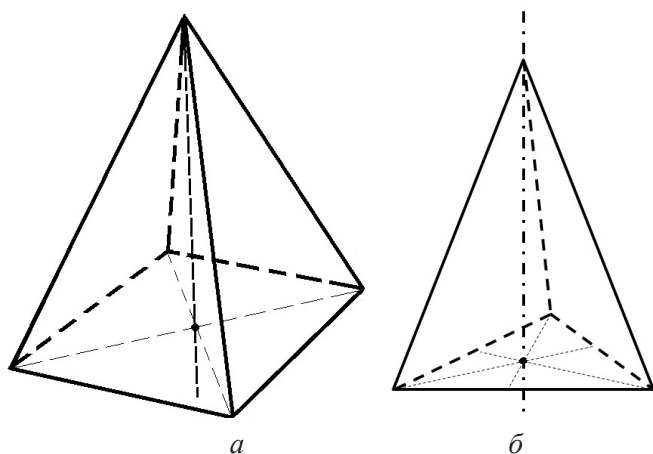


Рис. 2.4. Многогранники и оси симметрии: $a - L_4$; $b - L_3$

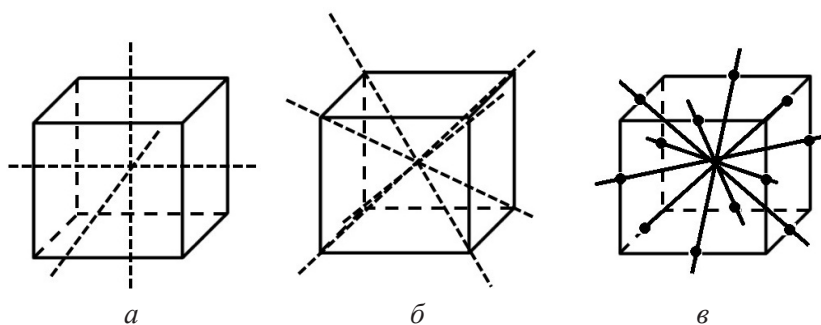


Рис. 2.5. Оси симметрии куба: a – четвертого порядка; b – третьего порядка; v – второго порядка

представляет собой сочетание обычной оси симметрии и центра симметрии, действующих совместно. Центр симметрии в этом случае как самостоятельный элемент может не проявляться, а порядки инверсионной оси и обычной оси, являющейся частью инверсионной, могут не совпадать. В кристаллах существуют инверсионные оси второго, четвертого и шестого порядков. Инверсионная ось первого порядка ($L_{\bar{1}}$) эквивалентна центру симметрии, а инверсионная ось второго порядка ($L_{\bar{2}}$) эквивалентна

плоскости симметрии. Поэтому в кристалле определяют инверсионные оси $\bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$ (практически $\bar{4}, \bar{6}$). Инверсионная ось четвертого порядка совпадает с простой осью симметрии второго порядка при отсутствии центра симметрии.

Центр симметрии (C).

Центром симметрии называется точка внутри кристалла, обладающая свойством, при котором каждая прямая, проведенная через нее, встречает на равном от нее расстоянии и в обе стороны от данной точки одинаковые и обратно расположенные части фигуры. Если каждая грань кристалла имеет равную параллельную грань, хотя и обратно расположенную, то данный кристалл обладает центром симметрии. Если хотя бы одна грань не имеет параллельной (обратно параллельной) и равной себе грани, центр симметрии отсутствует. В кристалле, имеющем центр симметрии, противоположные грани попарно равны и параллельны. Количество возможных сочетаний элементов симметрии в кристалле строго ограничено. Плоскостей симметрии – 9; осей симметрии второго порядка – 6; третьего – 4; четвертого – 3; шестого – 1; инверсионных осей симметрии третьего порядка – 4; четвертого – 3; шестого – 1. В одном многограннике не могут присутствовать одновременно все указанные элементы симметрии.

2.2. Кристаллографические категории, сингонии и системы осей координат

Элементы симметрии обнаруживаются в кристаллах в различных сочетаниях.

Единственное, не повторяющееся в многограннике направление, называется особым, или единичным (например, ось L_6 в шестигранной призме или пирамиде, ось L_4 в четырехгранной призме или пирамиде). В кубе или октаэдре вообще нет единичных направлений, так как для любого направления в них можно найти симметричное эквивалентное направление.

По симметрии и по числу единичных направлений кристаллы делятся на три категории: низшую, среднюю и высшую.

К низшей категории относятся кристаллы, у которых нет осей симметрии порядка выше, чем 2, а единичных направлений

несколько. Это наименее симметричные кристаллы с ярко выраженной анизотропией свойств.

К средней категории относятся кристаллы, у которых есть одно единичное направление, а именно: одна ось симметрии порядка выше, чем 2 (ось 3, 4 или 6-го порядка или инверсионная). В этих кристаллах проявляется анизотропия свойств.

Кристаллы высшей категории не имеют единичных направлений. У них есть несколько осей симметрии порядка выше, чем 2, в частности, четыре оси L_3 , расположенные как пространственные диагонали куба. Любому направлению в кристалле соответствуют другие симметрично эквивалентные направления. Анизотропия свойств выражена слабо. Многие свойства (электро- и теплопроводность, коэффициент преломления) изотропны. Внешние формы, как правило, изометричны, т. е. развиты примерно одинаково во всех направлениях.

Три категории в свою очередь разделяются на 7 сингоний (*syn* – вместе, *gonia* – угол). Низшая категория включает триклинную, моноклинную и ромбическую сингонии, средняя категория – тригональную, тетрагональную и гексагональную сингонии, высшая категория – кубическую сингонию. Для кристаллов каждой из сингоний одинакова симметрия элементарных ячеек их структур; также одинакова система координат (рис. 2.6).

Выбор установки кристалла согласуется с симметрией кристалла. В кристаллах высшей категории, в которую входит только кубическая сингония, координатные оси выбирают вдоль трех взаимно перпендикулярных осей $4, \bar{4}$ или 2. В средней категории главная ось симметрии $6, \bar{6}$; $4, \bar{4}$; $3, \bar{3}$ совмещается с осью OZ , оси OX и OY располагаются в плоскости, перпендикулярной главной оси. В низшей категории установка зависит от сингонии: для ромбической сингонии оси координат выбираются вдоль трех взаимно перпендикулярных осей L_2 ; или ось OZ – вдоль единственной оси L_2 , оси OX и OY – перпендикулярно оси OZ вдоль плоскостей симметрии (взаимно перпендикулярных). В моноклинной сингонии ось OY располагается горизонтально, совмещаясь с единственной осью L_2 или перпендикулярно m . Оси OX

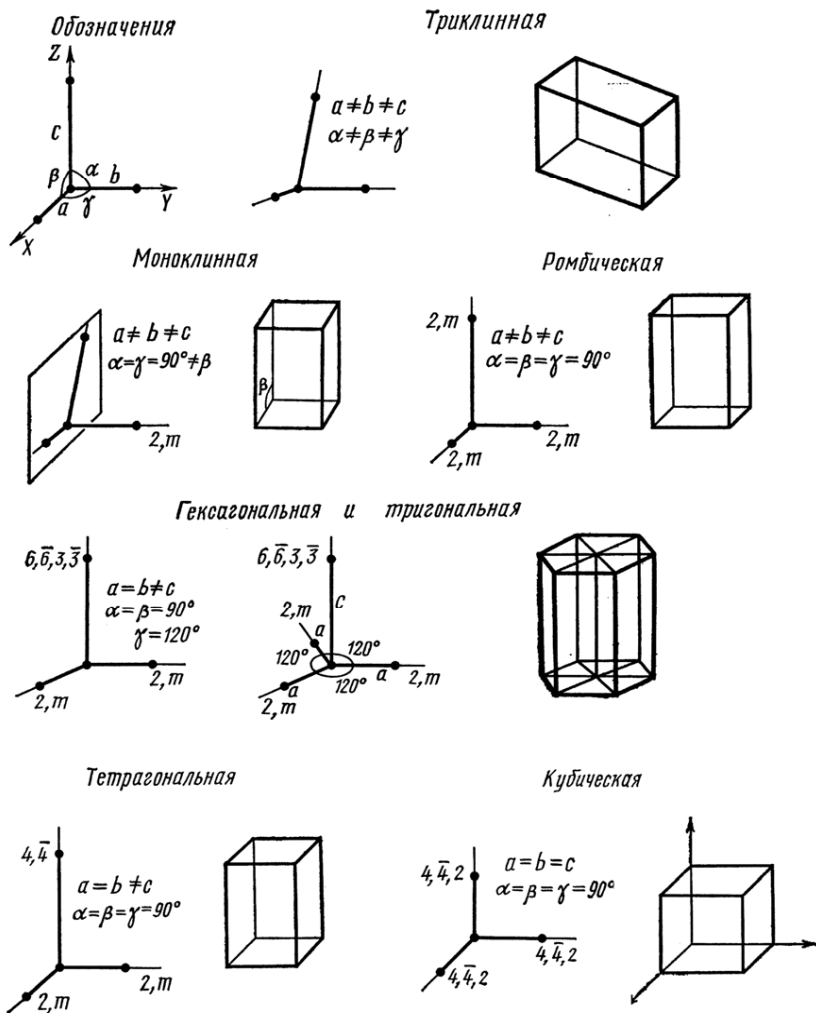


Рис. 2.6. Кристаллографические системы координат, правила установки кристаллов и форма примитивных ячеек семи сингоний

и OZ располагаются в плоскости, перпендикулярной оси OY ; угол между ними не задан симметрией кристалла. Для тригональной сингонии (в связи с отсутствием осей и плоскостей симметрии) выбор OX, OY, OZ произволен (обычно по ребрам кристаллов).

2.3. Классы симметрии

Русский кристаллограф А. В. Гадолин (1869 г.) математически доказал, что в кристаллических многогранниках могут существовать только 32 комбинации элементов симметрии. Эти комбинации были названы классами симметрии, каждый из которых обозначается специальным символом. Причем несколько классов могут объединяться под одним названием.

Формула симметрии состоит из записанных подряд всех элементов симметрии данного объекта, на первом месте принято писать ось симметрии. Возможные сочетания элементов симметрии получаются добавлением других элементов. Наиболее распространенный случай, когда выбранная ось симметрии является единичным направлением и остается единичным при добавлении других элементов (этот случай не распространяется на кристаллы высшей категории, в которых нет единичных направлений). В кристаллах средней и низшей категории возможны сочетания, показанные на рис. 2.7.

Каждый класс симметрии имеет название, обусловленное наличием определенных элементов симметрии.

В примитивный класс входят кристаллы, имеющие только главные оси симметрии. При наличии также и центра симметрии класс носит название центрального. Если помимо осей симметрии

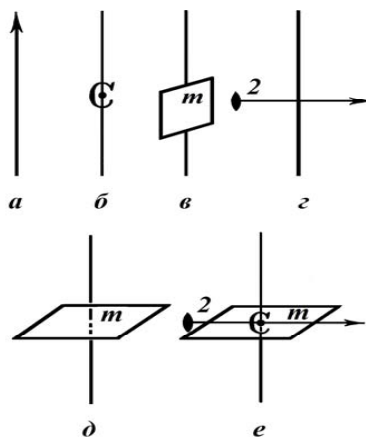


Рис. 2.7. Сочетания элементов симметрии в низшей и средней категориях: *a* – выбранная ось симметрии является единичным направлением; *b* – ось с центром симметрии; *c* – ось и плоскость симметрии, ей параллельная; *d* – ось и плоскость симметрии, ей перпендикулярная; *e* – ось в единичном направлении и перпендикулярная ей плоскость; *f* – ось в единичном направлении, ось 2-го порядка, перпендикулярная ей, плоскость, перпендикулярная единичному направлению, и центр симметрии

имеются и плоскости симметрии, класс называется планальными (от греч. «планум» – плоскость).

Аксиальный класс симметрии характеризуется наличием нескольких осей разного порядка (от греч. *аксон* – ось). Планаксиальный класс характеризуется наличием максимально возможного количества осей, плоскостей и центра симметрии. Если в кристалле присутствуют инверсионные оси симметрии, то его класс симметрии инверсионно-примитивный (только $L_{\bar{n}}$), инверсионно-планальный ($L_{\bar{n}}$ и P).

Классы симметрии низшей и средней категории с указанием сингонии, международного символа и формулы симметрии представлены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Классы симметрии низшей и средней категории

Международный символ	Формула симметрии	Сингония	Международный символ	Формула симметрии	Сингония
<i>Примитивные классы</i>			<i>Аксиальные классы</i>		
1	L_1	Триклинная	2	L_2	Моноклинная
3	L_3	Тригональная	mmm	$3L_23PC$	Ромбическая
4	L_4	Тетрагональная	32	L_33L_2	Тригональная
6	L_6	Гексагональная	422	L_44L_2	Тетрагональная
23	$3L_24L_3$	Кубическая	622	L_66L_2	Гексагональная
222	$3L_2$	Ромбическая	432	$3L_44L_36L_2$	Кубическая
<i>Центральные классы</i>			<i>Планаксиальные классы</i>		
$\bar{1}$	C	Триклинная	$2/m$	L_2PC	Моноклинная
$\bar{3}$	L_3C	Тригональная	$\bar{3}m$	L_33L_23PC	Тригональная
$4/m$	L_4PC	Тетрагональная	$4/mmm$	L_44L_25PC	Тетрагональная
$6/m$	L_6PC	Гексагональная	$6/mmm$	L_66L_27PC	Гексагональная
$mm2$	L_22P	Ромбическая	$m\bar{3}m$	$3L_44L_36L_29PC$	Кубическая
$m\bar{3}$	$3L_24L_33PC$	Кубическая	<i>Инверсионно-примитивные классы</i>		
<i>Планальные классы</i>			$\bar{4}$	L_4	Тетрагональная
m	P	Моноклинная	$\bar{6}$	L_3P	Гексагональная
$3m$	L_33P	Тригональная	<i>Инверсионно-планальные классы</i>		
$4mm$	L_44P	Тетрагональная	$\bar{4}2m$	$\bar{4}2L_22P$	Тетрагональная
$6mm$	L_66P	Гексагональная	$\bar{6}m2$	L_33L_24P	Гексагональная
$\bar{4}3m$	$3L_44L_36P$	Кубическая			

2.4. Международная символика симметрии и формула симметрии

Описание симметрии кристалла выражается в виде международного символа и формулы симметрии.

Формула симметрии отражает все элементы симметрии, имеющиеся в кристалле, их количество; для осей симметрии указывается их порядок. Количество данного элемента симметрии указывается цифрой, стоящей перед обозначением элемента, порядок оси симметрии указывается нижним индексом. Например: $3L_24L_3$ (три оси второго порядка и четыре оси третьего порядка). Взаимное расположение элементов симметрии при этом не отражается.

При написании международного символа расположение элементов симметрии учитывается. При этом используются теоремы о сочетании элементов симметрии и правила установки каждой системы. В символе записываются не все, а только основные «порождающие» элементы симметрии. «Порожденные» элементы не записываются. В качестве «порождающих» элементов предпочтению отдается плоскостям симметрии. При этом используются следующие обозначения:

n – ось симметрии n -го порядка;

$\bar{n}$ – инверсионная ось симметрии n -го порядка;

m – плоскость симметрии;

nm – ось симметрии n -го порядка и m плоскостей симметрии, проходящих вдоль оси n ;

$\frac{n}{m}$, n/m – ось симметрии n -го порядка и перпендикулярная ей плоскость симметрии;

$n2$ – ось симметрии n -го порядка и n осей второго порядка, ей перпендикулярных;

$\frac{n}{m}m$, n/m – ось симметрии n -го порядка и плоскости m , параллельные и перпендикулярные ей;

« n » и « $\bar{n}$ » могут иметь значение 1, 2, 3, 4, 6.

При записи международного символа важны соблюдение правила кристаллографической установки и порядок записи:

смысл цифры или буквы, означающей элемент симметрии, зависит от того, на какой позиции в символе она поставлена. В международной символике различают «координатные» элементы симметрии, которые проходят вдоль координатных плоскостей и «диагональные», проходящие по биссектрисам углов между ними. В символах всех классов средней категории на первой позиции стоит главная ось симметрии, на второй – координатные элементы симметрии, на третьей – диагональные.

Например, символ $4mm$ означает, что имеется ось симметрии 4-го порядка (ось OZ), две координатные плоскости симметрии (XOZ и YOZ) и две плоскости симметрии, проходящие тоже через ось OZ и через биссектрисы углов между осями OX и OY . Сокращенно этот символ можно записать: $4mm \equiv 4m$, т. к. если есть плоскость вдоль оси 4, то таких плоскостей четыре.

Для кристаллов высшей категории (кубическая сингония) цифра 3 на второй позиции условно обозначает четыре оси 3-го порядка, проходящие по биссектрисам координатных углов, в отличие от цифры 3 на первом месте, обозначающей одну, единичную ось 3-го порядка в кристаллах тригональной сингонии.

Оси симметрии 4 в кубической сингонии всегда совпадают с осями координат. Оси симметрии 2 и плоскости m могут быть координатными или диагональными. Если число осей 2 или плоскостей m равно трем, то эти элементы координатные; если их шесть, то они диагональные. Если их девять, то из них три являются координатными элементами, а шесть – диагональными.

В качестве координатных и диагональных элементов симметрии пишутся преимущественно плоскости, а оси симметрии включаются в символ только в тех случаях, если нет плоскостей. Например: символ $m\bar{3}$ расшифровывается так: четыре оси 3 по биссектрисам координатных углов и три координатные плоскости симметрии, на пересечениях плоскостей появляются три оси 2, на их пересечении – центр симметрии. Таким образом, $m\bar{3} \equiv 3L_24L_33PC$. Сравним символ $m\bar{3}$ и символ $3m$: цифра 3, стоящая на первой позиции, означает единственную главную ось симметрии 3-го порядка, т. е. принадлежность кристалла к тригональной сингонии. Буква m , стоящая за этой цифрой, означает три пло-

скости симметрии, проходящие вдоль оси: $3m \equiv L_3 3P$. Это означает, что в международном символе перестановка буквы или цифры с одной позиции на другую меняет смысл символа. Правила записи международного символа указаны в табл. 2.3.

Таблица 2.3. Правила записи международных символов

Категория	Сингония	Позиции в символе		
		1-я	2-я	3-я
Низшая	Триклинная	Только один символ, соответствующий любому направлению в кристалле		
	Моноклинная	Единственная ось 2 или плоскость m по оси OY или по оси OZ		
	Ромбическая	Ось 2 или плоскость m вдоль оси OX	Ось 2 или плоскость m вдоль оси OY	Ось 2 или плоскость m вдоль оси OZ
Средняя	Тригональная и гексагональная	Главная ось симметрии	Ось 2 или плоскость m вдоль оси OX, OY, OZ	Диагональные оси 2 или плоскости m
	Тетрагональная	То же	Ось 2 или плоскость m вдоль оси OX, OY	Диагональные оси 2 или плоскости m
Высшая	Кубическая	Координатные элементы симметрии	Оси 3	Диагональные оси симметрии

Описание важнейших классов симметрии.

Кубическая сингония. В каждом классе присутствуют четыре наклонные простые оси симметрии третьего порядка ($4L_3$), которые ориентированы в пространстве как объемные диагонали куба. В международном символе класса симметрии этому соответствует символ «3» во второй позиции. Координатные направления – три взаимно перпендикулярные направления, совпадающие с тремя взаимно перпендикулярными осями симметрии: $3L_2$ (в классах симметрии 23 и $m\bar{3}$), $3L_4$ (в классах симметрии 432 и $m\bar{3}m$), $3L_4$ (в классе симметрии $\bar{4}3m$). Если в кристалле присутствуют и координатная ось симметрии, и координатная плоскость симметрии, то при записи международного символа

класса симметрии предпочтение отдают плоскостям симметрии и в первой позиции международного символа у кубических кристаллов указывают координатный элемент симметрии, на второй позиции – символ 3. В последней, третьей позиции международного символа класса симметрии кубического кристалла отражается наличие диагональных элементов симметрии. Таким образом, международный символ свидетельствует о наличии в кристалле только важнейших элементов симметрии. О присутствии других можно делать заключение на основании теории о взаимодействии элементов симметрии. Например, международный символ $m\bar{3}m$ свидетельствует о том, что в кубическом кристалле (символ 3 во второй позиции записывают только в кубических кристаллах) присутствуют и координатные, и диагональные плоскости симметрии. Поскольку через каждую из трех координатных осей проходят параллельно оси две координатных и две диагональных плоскости симметрии, то в соответствии с теорией о взаимодействии пересекающихся плоскостей симметрии линия пересечения плоскостей будет осью симметрии четвертого порядка. Таким образом, для трех координатных осей получим $3L_4$. На основании той же теории можно заключить, что линии пересечения диагональных плоскостей с перпендикулярными координатными плоскостями симметрии являются осями симметрии второго порядка ($6L_2$) и т. д. Кубические кристаллы поваренной соли показаны на рис. 2.8, а также на рис. 4.1.

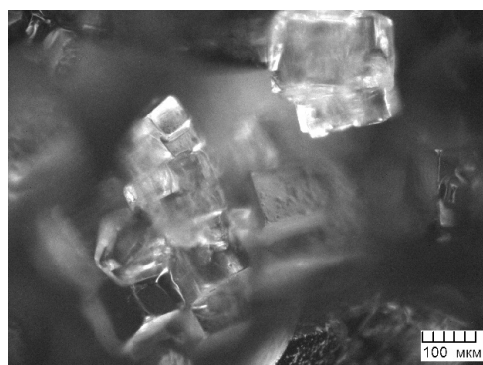


Рис. 2.8. Кристаллы соли

Тетрагональная сингония. Первая позиция международно-го символа каждого класса указывает символ присутствующей вертикальной оси симметрии четвертого порядка 4 или $\bar{4}$, затем наличие горизонтальной плоскости симметрии с помощью символа $/m$. В следующих позициях указывают наличие четырех вертикальных плоскостей симметрии (в классах $4mm$ и $4/mmm$), а при отсутствии – наличие четырех горизонтальных осей второго порядка (в классе 422). В символе инверсионного класса симметрии $4\bar{2}m$ вторая позиция соответствует наличию двух горизонтальных взаимно перпендикулярных осей второго порядка (оси OX и OY); третья позиция указывает на две вертикальные диагональные плоскости. Для тетрагональной сингонии применяют ортогональную систему координат ($\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$) с двумя одинаковыми осевыми единицами ($a_0 = b_0 \neq c_0$) вдоль горизонтальных координатных направлений. Примером вещества с тетрагональной кристаллической решеткой является дигидроортофосфат калия KN_2PO_4 (дигидрофосфат калия, монофосфат калия) или калиевая соль ортофосфорной кислоты. Это бесцветные кристаллы (рис. 2.9). Кристаллы веществ с тетрагональной сингонией показаны также на рис. 3.11 и 4.2.

Гексагональная сингония. Для гексагональных кристаллов в первой позиции – вертикальная ось симметрии шестого порядка (6 или $\bar{6}$) и (если имеется) горизонтальная плоскость симметрии $6/m$ и $6/mmm$. В следующих позициях – либо наличие шести вер-

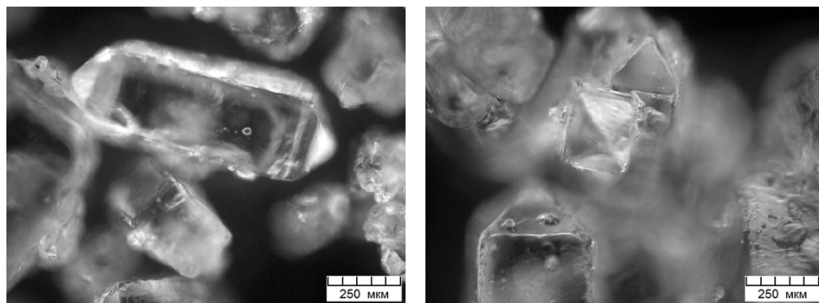


Рис. 2.9. Кристаллы дигидрофосфата калия

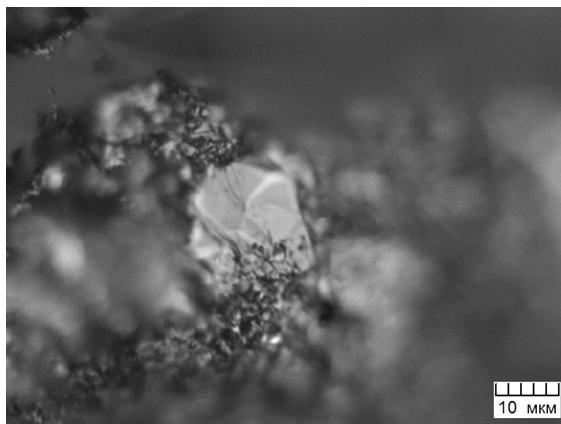


Рис. 2.10. Излом кристалла графита

тикальных плоскостей симметрии (в классе $6mm$ и $6/mmm$), либо наличие шести горизонтальных осей симметрии (в классе 622). Для инверсионно-планального класса симметрии $\bar{6}m2$ указывают наличие трех вертикальных плоскостей симметрии и трех горизонтальных осей симметрии второго порядка (горизонтальные оси симметрии второго порядка являются линиями пересечения вертикальных плоскостей симметрии с горизонтальной плоскостью симметрии $L_{\bar{6}} = L_3P$). Оси координат – вертикальная ось симметрии шестого порядка (6 или $\bar{6}$) – OZ ; две горизонтальные оси симметрии второго порядка, составляющие угол 120° – OX и OY ($a_0 = b_0 \neq c_0$, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$), в данной системе называют R -установкой. На рис. 2.10 показан излом кристалла графита. Виден шестигранник, сечение плоскости (0001) .

Ромбическая сингония. В каждом из классов симметрии этой сингонии отражены три взаимно перпендикулярных направления. Это либо три взаимно перпендикулярные оси симметрии второго порядка 222 и mmm , либо три взаимно перпендикулярные плоскости симметрии mmm , либо две нормали к плоскостям симметрии в совокупности с осью симметрии второго порядка, которая является линией пересечения двух перпендикулярных плоскостей симметрии (mm). В каждой позиции международного

символа класса симметрии ромбической сингонии указывают плоскость симметрии, расположенную перпендикулярно координатному направлению, а при ее отсутствии – ось симметрии второго порядка, параллельную координатному направлению. Указанные элементы симметрии записывают в порядке следования координатных осей $OX-OY-OZ$. Для кристаллов ромбической сингонии $a_0 \neq b_0 \neq c_0$, т. к. $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Кристаллы ромбической сингонии показаны на рис. 4.3–4.5.

Моноклинная сингония. В трех классах этой сингонии (международные символы m , 2 , $2/m$) отсутствуют повторяющиеся элементы симметрии. С помощью имеющихся элементов симметрии удастся выделить в кристалле лишь одно направление, которое либо совпадает с осью симметрии второго порядка (2 и $2/m$), либо располагается перпендикулярно плоскости симметрии (m); его принимают за ось OY , оси OX и OZ выбираются по ребрам кристалла; $a_0 \neq b_0 \neq c_0$, $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$. Представитель кристаллов моноклинной сингонии – сахар. Это бытовое название сахарозы ($C_{12}H_{22}O_{11}$). В чистом виде – бесцветные кристаллы (рис. 2.11). Моноклинные кристаллы представлены также на рис. 4.6 и 4.7.

Тригональная сингония. Присутствует одна из осей симметрии третьего порядка L_3 или $L_{\bar{3}}$ – 3 или $\bar{3}$. Во второй позиции международного символа указано наличие вертикальных плоско-

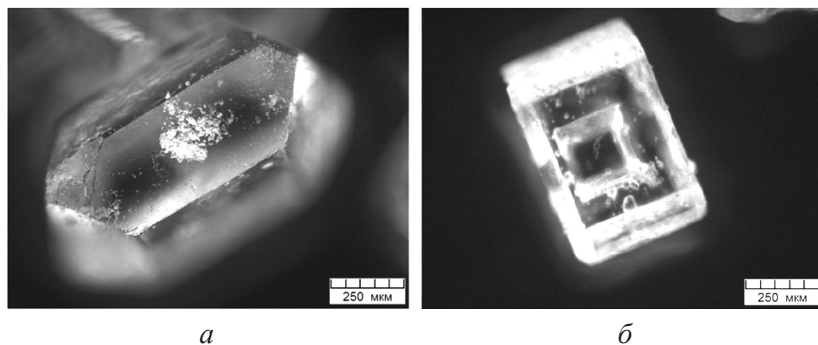


Рис. 2.11. Кристаллы сахарозы: *a* – единичный кристалл; *б* – зарождение нового кристалла на одной из плоскостей



Рис. 2.12. Кристаллы кварца

стей симметрии ($3m$ и $\bar{3}m$), а при их отсутствии – наличие горизонтальных осей симметрии второго порядка (32). Особенно описания тригональных кристаллов является возможность использования двух координатных систем – ромбоэдрической и гексагональной. В ромбоэдрической системе оси координат наклонные, с равными углами между собой и с вертикальной осью симметрии третьего порядка; эти оси координат параллельны ребрам элементарного ромбоэдра. Выбор двух других координатных направлений производят по наиболее плотным атомным рядам (например, по ребрам кристалла), которые перпендикулярны оси симметрии второго порядка или же расположены параллельно плоскости симметрии. Расположение осей координат $\alpha = \beta = 90^\circ$; $\gamma = 120^\circ$, $a_0 = b_0 \neq c_0$. Кристаллы этой сингонии показаны на рис. 2.12, а также на рис. 4.8.

Триклинная сингония. Присутствуют оси симметрии 1 и $\bar{1}$. В классе $\bar{1}$ единственный элемент симметрии – центр симметрии; $a_0 \neq b_0 \neq c_0$, $\alpha \neq \gamma \neq \beta \neq 90^\circ$. Пример – медный купорос (рис. 4.10), а также дихромат калия (рис. 4.9).

Формулы симметрии и международные символы кристаллов, входящих в определенные категории, сингонии и классы симметрии, приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4. Сводка обозначений и названий 32 классов симметрии

Категория	Сингония	Класс	Международный символ		Формула симметрии
			Полный	Сокращенный	
Низшая	Триклинная	Примитивный	1	1	L_1
		Центральный	$\bar{1}$	$\bar{1}$	C
	Моноклинная	Аксиальный	2		L_2
		Планальный	m		P
		Планакси-альный	$\frac{2}{m}$	$2/m$	L_2PC
	Ромбическая	Примитивный	222		$3L_2$
		Центральный	$2mm = mm2$	$mm2$	L_22P
		Аксиальный	$\frac{2}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m}$	mmm	$3L_23PC$
Средняя	Тригональная	Примитивный	3		L_3
		Центральный	$\bar{3}$		$L_3C = L_{3i}$
		Аксиальный	32		L_33L_2
		Планальный	$3m$		L_33P
		Планакси-альный	$\bar{3} \frac{2}{m}$	$\bar{3}m$	L_33L_23PC
	Тетрагональная	Примитивный	4		L_4
		Инверсионно-примитивный	$\bar{4}$		$L_4 = L_{4i}$
		Центральный	$\frac{4}{m}$	$4/m$	L_4PC
		Аксиальный	422		L_44L_2
		Планальный	$4mm$		L_44P
		Инверсионно-планальный	$\bar{4}2m$		$L_4^22L_22P$
		Планакси-альный	$\frac{4}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m}$	$4/mmm$	L_44L_25PC
	Гексагональная	Примитивный	6		L_6
		Инверсионно-примитивный	$\bar{6}$		L_3P

Окончание табл. 2.4

Категория	Сингония	Класс	Международный символ		Формула симметрии
			Полный	Сокращенный	
		Центральный	$\frac{6}{m}$	6/m	L_6PC
		Аксиальный	622		L_66L_2
		Планальный	6mm		L_66P
		Инверсионно-планальный	$\bar{6}m2$		L_63L_23P (L_33L_24P)
		Планакси-альный	$\frac{6}{m} \frac{2}{m} \frac{2}{m}$	6/mmm	L_66L_27PC
Высшая	Кубическая	Примитивный	23		$3L_24L_3$
		Центральный	$\frac{2}{m} \bar{3}$	m3	$3L_24L_33PC$
		Аксиальный	432		$3L_44L_36L_2$
		Планальный	$\bar{4}3m$		$3L_44L_36P$
		Планакси-альный	$\frac{4}{m} \bar{3} \frac{2}{m}$	m3m	$3L_44L_36L_29PC$

2.5. Решетки Бравэ

Пространственная решетка является геометрической схемой расположения материальных частиц в кристалле. Основой ее построения являются параметры a , b , c , представляющие собой три некопланарные трансляции, которые определяют элементарную ячейку. Элементарная ячейка должна быть выбрана так, чтобы она соответствовала симметрии решетки. Огюст Бравэ показал, что все многообразие кристаллических структур можно описать с помощью 14 типов решеток, отличающихся по формам элементарных ячеек и симметрии и подразделяющихся на 7 кристаллографических сингоний. Каждая решетка Бравэ – это группа трансляций, которая характеризует расположение материальных частиц в пространстве. Для выбора ячейки Бравэ используются три условия (располагаются по значимости):

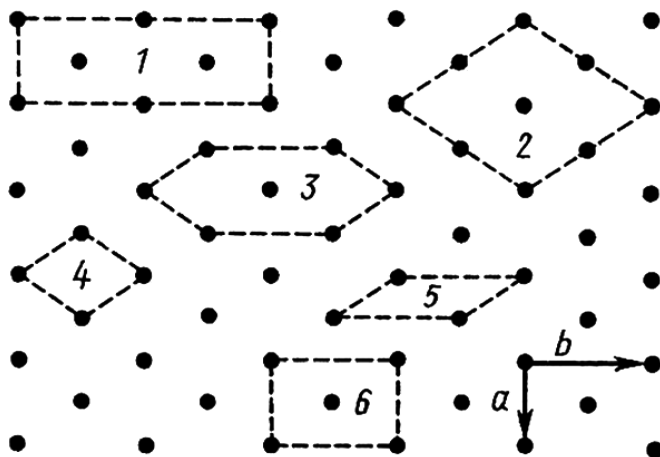


Рис. 2.13. Плоская сетка

1) симметрия элементарной ячейки должна соответствовать симметрии кристалла, а ее ребра должны быть трансляциями решетки;

2) элементарная ячейка должна содержать максимально возможное число прямых углов или равных углов и равных ребер;

3) элементарная ячейка должна иметь минимальный объем.

Например, в плоской сетке (рис. 2.13) выбор элементарной ячейки может быть произведен следующим образом:

ячейки 1 и 6 – удовлетворяют симметрии сетки, имеют максимально возможное число прямых углов, но ячейка № 1 не удовлетворяет условию минимума площади;

ячейки 2, 3, 4 – соответствуют симметрии сетки, но не имеют прямых углов;

ячейка 5 – наименьшая по площади, но она не соответствует симметрии сетки и не имеет прямых углов.

Таким образом, для плоской сетки выбирается ячейка № 6.

14 решеток Бравэ приведены в табл. 2.5 и на рис. 2.14.

Четырнадцать трёхмерных решеток Бравэ обычно подразделяются на семь систем, в соответствии с семью различными

типами элементарных ячеек: триклинной, моноклинной, ромбической, тетрагональной, кубической, тригональной и гексагональной (табл. 2.5). Каждая из систем характеризуется своим соотношением осей a , b , c и углов α , β , γ (рис. 2.14).

Таблица 2.5. Решетки Бравэ

Кристаллографическая система	Число ячеек в системе	Символ ячейки	Характеристики элементарной ячейки
Триклинная	1	P	$a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$
Моноклинная	2	P, C	$a \neq b \neq c; \alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
Ромбическая	4	P, C, I, F	$a \neq b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Тетрагональная	2	P, I	$a = b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Кубическая	3	P, I, F	$a = b = c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Тригональная	1	R	$a = b \neq c; \alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$
Гексагональная	1	P	$a = b \neq c; \alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$

По характеру взаимного расположения основных трансляций или по расположению узлов все кристаллические решетки разбиваются на четыре типа:

- примитивные (P);
- базоцентрированные (C , B или A);
- объемноцентрированные (I);
- гранецентрированные (F).

В примитивной ячейке узлы располагаются только по вершинам ячейки; в объемноцентрированной – дополнительный узел в центре ячейки, в гранецентрированной – по одному узлу в центре каждой грани, в базоцентрированной – по одному узлу в центрах пары параллельных граней.

В сингониях за примитивную ячейку принимаются разные решетки Бравэ. В гексагональной – призма с ребром, параллельным оси z , и основанием в форме ромба. Характеристики ячеек Бравэ приведены в табл. 2.6, где базис – совокупность координат узлов, входящих в элементарную ячейку.

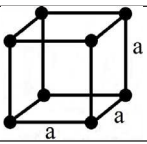
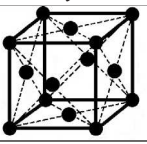
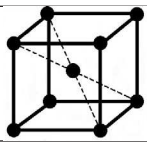
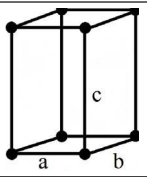
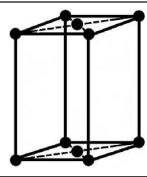
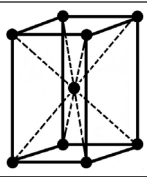
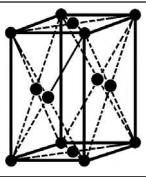
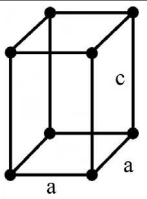
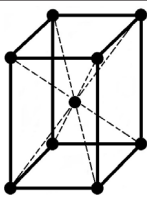
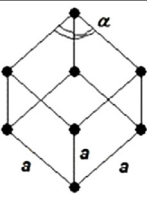
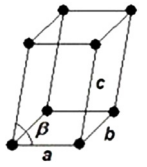
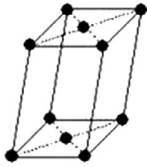
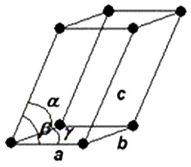
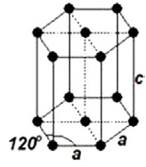
<i>Кубические решетки</i>			
			
Простая (примитивная)	Гранецентри- рованная	Объемноцентри- рованная	
<i>Ромбические решетки</i>			
			
Простая (примитивная)	Базоцентри- рованная	Объемноцентри- рованная	Гранецентри- рованная
<i>Тетрагональные решетки</i>		<i>Ромбоэдриче- ская (тригональ- ная) решетка</i>	
			
Простая (примитивная)	Объемно- центрированная	Простая (примитивная)	
<i>Моноклинные решетки</i>		<i>Триклинная решетка</i>	<i>Гексагональ- ная решетка</i>
			
Простая (примитивная)	Базоцентри- рованная	Простая (примитивная)	Базоцентри- рованная

Рис. 2.14. Типы решеток Бравэ

Таблица 2.6. Характеристики ячеек Бравэ

Тип ячейки	Символ	Основные трансляции	Базис	Количество узлов в ячейке
Примитивная	P	a, b, c	000	1
Объемноцентрированная	I	$a, b, c, \frac{a+b+c}{2}$	000; $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$	2
Гранецентрированная	F	$a, b, c, \frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}$	000; $\frac{1}{2}\frac{1}{2}0$; $\frac{1}{2}0\frac{1}{2}$; $0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$	4
Базоцентрированная	A	$a, b, c, \frac{b+c}{2}$	000; $0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$	2
	B	$a, b, c, \frac{c+a}{2}$	000; $\frac{1}{2}0\frac{1}{2}$	2
	C	$a, b, c, \frac{a+b}{2}$	000; $\frac{1}{2}\frac{1}{2}0$	2

Понятие элементарной ячейки важно для определения стехиометрической формулы вещества. Определение основано на подсчете количества атомов каждого сорта, приходящихся на одну элементарную ячейку. Например, в структуре поваренной соли (NaCl) принимают участие 27 атомов двух сортов: 13 атомов Cl и 14 атомов Na (рис. 2.15, а). Однако многие из этих атомов принадлежат элементарной ячейке не полностью. Атомы натрия, расположенные в центрах граней, принадлежат одновременно двум ячейкам – данной и смежной с ней. Поэтому данной ячейке такой атом принадлежит лишь на 1/2. Таких атомов шесть и, следовательно, их суммарный вклад: $6 \times 1/2 = 3$. Атомы Na занимают еще положения в вершинах элементарной ячейки, принадлежа одновременно восьми элементарным ячейкам. Таким образом, в данной элементарной ячейке каждый атом, расположенный в вершине, принадлежит ячейке на 1/8; суммарный вклад таких атомов натрия – $8 \times 1/8 = 1$. Всего $3+1 = 4$. Из 13 атомов хлора лишь один, находящийся в центре элементарной ячейки, принадлежит ей полностью. Остальные 12, расположенные на ребрах,

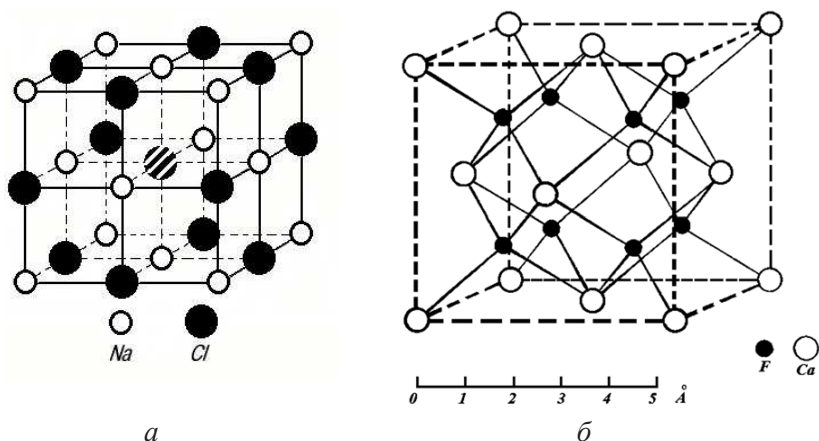
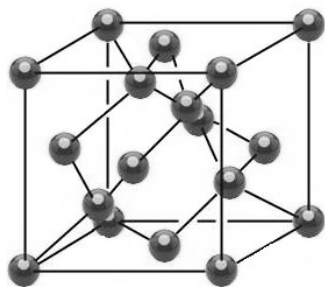


Рис. 2.15. Структуры каменной соли (а) и флюорита (б)

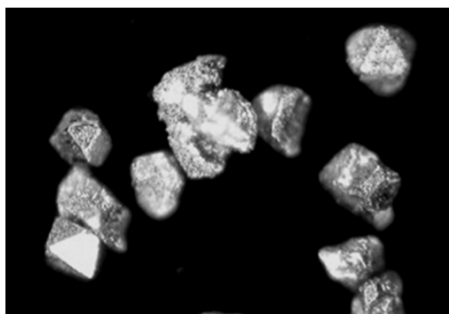
принадлежат ячейке на $1/4$ (принадлежит одновременно четырем ячейкам). Их вклад: $12 \times 1/4 = 3$ атома. Таким образом, на долю ячейки NaCl приходится 4 атома Na и 4 атома Cl. Стехиометрическая формула – NaCl.

В структуре флюорита CaF_2 (рис. 2.15, б) атомы Ca занимают узлы гранецентрированной ячейки; число атомов Ca на ячейку – 4. Если мысленно разбить кубическую элементарную ячейку на 8 октантов, то в структуре флюорита атомы F занимают центры каждого из октантов, т. е. число атомов F равно 8; отсюда соотношение атомов $\text{Ca}/\text{F} = 1:2$.

Алмаз относится к кубической сингонии, кристаллическая решётка – кубическая гранецентрированная, пространственная группа $Fd\bar{3}m$. Каждый атом углерода в структуре алмаза расположен в центре тетраэдра, вершинами которого служат четыре ближайших атома (рис. 2.16). Количество атомов на ячейку равно восьми: 8 атомов, расположенных в вершинах куба, принадлежат ячейке на $1/8$ каждый; 6 атомов в центре каждой грани принадлежат ячейке на $1/2$; 4 атома в центрах тетраэдров принадлежат ячейке полностью. Грани кристаллов технического алмаза можно наблюдать через оптический микроскоп (рис. 2.16, б).



а



б

Рис. 2.16. Схема элементарной ячейки (а) и кристаллы технического алмаза (б)

В некоторых случаях, даже при однозначном выборе элементарной ячейки, индексирование плоскостей можно произвести по-разному. Например, минерал куприт (от латинского названия меди – *cuprum*, происходящего от названия остров Кипр, откуда в древности вывозили медь) – по химическому составу закись меди Cu_2O (Cu – 88,8 %, O – 11,2 %). Кристаллизуется в кубической сингонии. Обозначение вида симметрии: $m\bar{3}m$, $3L_44L_36L_29PC$. Федоровская группа: $Pn\bar{3}m$. Кристаллы в форме октаэдров, реже – кубов и ромбододекаэдров, часто сильно искажённых. Схема кристаллической решетки куприта представлена на рис. 2.17.

Согласно этой схеме в элементарной ячейке куприта содержится 1 атом кислорода в центре и 8 атомов кислорода по углам куба, а также 4 атома меди, т. е. по 2 формульные единицы состава Cu_2O на ячейку. Минерал куприт имеет плотность 6,14 г/см³, параметр элементарной ячейки (ребро куба) составляет 4,2685 Å. Å – Ангстрем – устаревшая внесистемная единица измерения длины, равная 10^{-10} м. 1 Å = 0,1 нм = 100 пм; 10 000 Å = 1 мкм. Названа

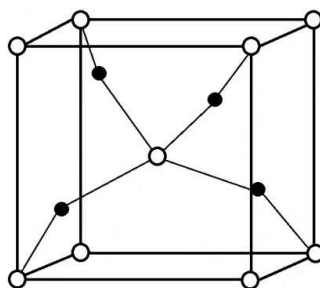


Рис. 2.17. Схема кристаллической структуры куприта: • – атом меди; ○ – атом кислорода

в честь шведского физика и астронома Андерса Ангстрема. Тот же порядок имеет параметр кристаллической решётки в большинстве кристаллов (рис. 2.15, б)

Но куприт – не только минерал. Соединение состава Cu_2O образуется при кристаллизации меди, если в расплав попадает некоторое количество кислорода. Закись меди, формирующаяся при металлургическом процессе, отличается от куприта. Параметр решетки такой закиси меди составляет $6,0 \text{ \AA}$. При этом индексы Миллера определяются по-другому (табл. 2.7).

Таблица 2.7. Варианты индексирования рентгенограммы куприта с различным параметром решетки

Параметр решетки $a = 4,267 \text{ \AA}$		Параметр решетки $a = 6,0 \text{ \AA}$	
Межплоскостное расстояние d , $\text{\AA}$	Индексы Миллера, hkl	Межплоскостное расстояние d , $\text{\AA}$	Индексы Миллера, hkl
3,0172	110	3,01	200
2,4635	111	2,46	211
2,1335	200	2,13	220
1,7420	211	1,74	222
1,5086	220	1,51	400
1,4223	221		
1,3493	310		
1,2865	311	1,28	332
1,2317	222	1,23	422
1,1404	321	1,06	440
		0,97	611
		0,95	620
		0,87	444
		0,82	641

ФОРМЫ КРИСТАЛЛОВ

3.1. Простейшие формы и комбинации

Кристаллические многогранники, относящиеся к одному и тому же классу симметрии, могут различаться внешними формами. Например, куб и октаэдр, которые относятся к одному и тому же классу симметрии, имеют разное количество граней (6 и 8 соответственно). Форма многогранника зависит от внутреннего строения вещества, расположения узлов, рядов и плоскостей пространственных решеток. Внешняя форма представляется как совокупность граней (Γ), ребер (P) и вершин (B). Для выпуклого многогранника верна теорема Эйлера:

$$B + \Gamma - P = 2,$$

где B – количество вершин многогранника, Γ – количество граней, P – количество рёбер. (Многогранник называется выпуклым, если он весь расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.)

Простая форма – это совокупность граней кристалла одинакового размера и формы, взаимно связанных симметричными операциями, свойственными точечной группе симметрии данного кристалла. Грани простой формы обозначаются одинаковыми индексами. Количество граней простой формы и ее изображение определяются расположением исходной грани относительно элементов симметрии класса. В связи с этим различают частные и общие простые формы.

Частная простая форма – это форма, в которой исходная грань располагается параллельно или перпендикулярно осям или плоскостям симметрии кристалла или пересекает их под одинако-

выми углами (в этом случае они отсекают одинаковое число осевых единиц на осях координат). Символы частных простых форм: $\{hkl\}$, $\{hk0\}$, $\{h00\}$ и т. д.

Общая простая форма – форма, в которой исходная грань составляет с элементами симметрии косые углы. Символ общей формы $\{hkl\}$, где $h \neq k \neq l \neq 0$. Простые формы подразделяются на открытые и закрытые. Грани открытой простой формы не могут замыкать ограниченный объем пространства; грани закрытой простой формы замыкают ограниченный объем пространства. Названия простых форм происходят от греческих корней чисел: моно – один, ди – два, гекса – шесть, окта – восемь, дека – десять, додека – двенадцать и слов: эдра – грань, пленакс – доска, скаленос – кривой, трапеца – стол. Всего простых форм 47.

В кристалле возможно присутствие одной или нескольких простых форм. Такое сочетание называют комбинацией. Для подсчета простых форм в комбинации следует найти число видов граней, составляющих данный многогранник. Различные по виду грани всегда принадлежат разным простым формам (рис. 3.1).

Таким образом, простая форма – это геометрический образ, который позволяет описать кристаллический многогранник.

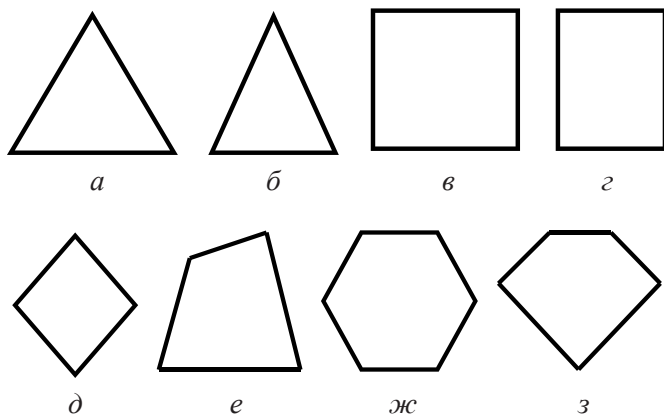


Рис. 3.1. Формы граней кристаллов: *а* – тригон; *б* – дельта; *в* – тетрагон; *г* – призматическая грань; *д* – ромб; *е* – трапеция; *ж* – гексагон; *з* – пентагон

3.2. Формы низшей категории

В низшей категории, объединяющей три сингонии (триклинную, моноклинную и ромбическую), встречается семь простых форм, которые могут быть открытыми и закрытыми (рис. 3.2).

К открытым относятся: моноэдр – форма, состоящая из одной грани любой конструкции и размеров; пинакоид – форма из двух одинаковых параллельных граней; диэдр – простейшая форма, состоящая из двух равных пересекающихся граней; ромбическая призма – имеет четыре одинаковые грани, пересекающиеся по параллельным ребрам и оси второго порядка L_2 , перпендикулярно к которым в сечении образуется ромб; ромбическая

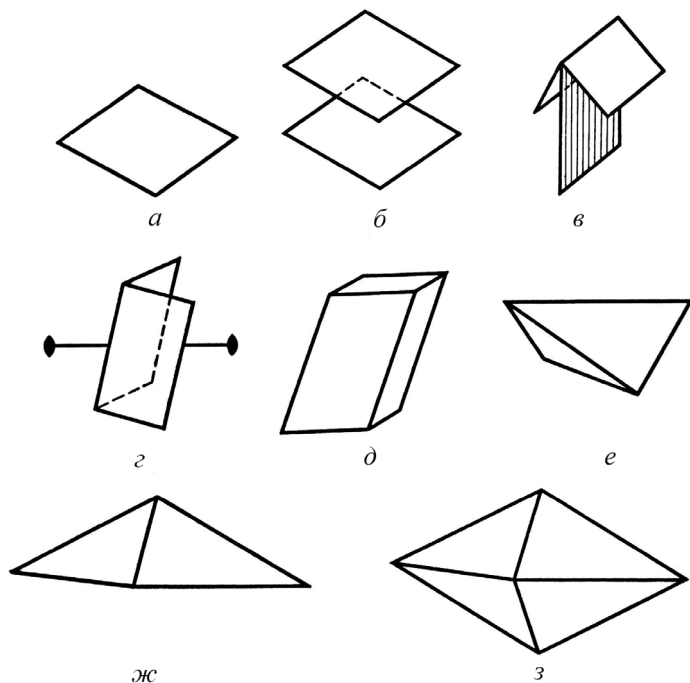


Рис. 3.2. Простые формы низшей категории и их сечения: а – моноэдр; б – пинакоид; в – диэдр плоскостной (дбма); г – диэдр осевой (сфеноид); д – ромбическая призма; е – ромбический тетраэдр; ж – ромбическая пирамида; з – ромбическая дипирамида

пирамида – простая форма из четырех одинаковых граней, пересекающихся в одной точке. Через вершину проходит ось L_2 . В плоскости, перпендикулярной к этой оси, в сечении образуется ромб. Эти формы в природе образуют комбинации: призма – с пинакоидом, пирамида – с моноэдром.

К закрытым формам относятся: ромбическая дипирамида – многогранник, состоящий из двух пирамид, сложенных основаниями; ромбический тетраэдр – четырехгранник, состоящий из граней в виде косоугольных треугольников. Простые закрытые формы образуют самостоятельные многогранники и ни в какие комбинации не вступают.

3.3. Формы средней категории

К средней категории многогранников относят (рис. 3.3):

а) шесть призм, которые делятся на три основные призмы и три с удвоенным числом граней;

б) шесть пирамид (три основные и три с удвоенным числом граней).

Тригональная призма состоит из трех граней, образуя в поперечном сечении правильный треугольник (тригон) (рис. 3.3, а).

Дитригональная призма представляет собой удвоенную тригональную. Шесть ее граней в поперечном сечении образуют равносторонний шестиугольник с углами, повторяющимися через один (дитригон) (рис. 3.3, б).

Тетрагональная призма состоит из четырех граней и образует в сечении квадрат (тетрагон) (рис. 3.3, в).

Дитетрагональная призма соответствует удвоенной тетрагональной. Ее восемь граней дают поперечные сечения в виде равностороннего восьмиугольника с углами, чередующимися через один (дитетрагон) (рис. 3.3, г).

Гексагональная призма образована шестью гранями. Поперечное сечение – правильный шестиугольник (гексагон) (рис. 3.3, д).

Дигексагональная призма – удвоенная гексагональная. Имеет 12 граней; сечение – равносторонний двенадцатиугольник с углами, равными через один (дигексагон) (рис. 3.3, е).

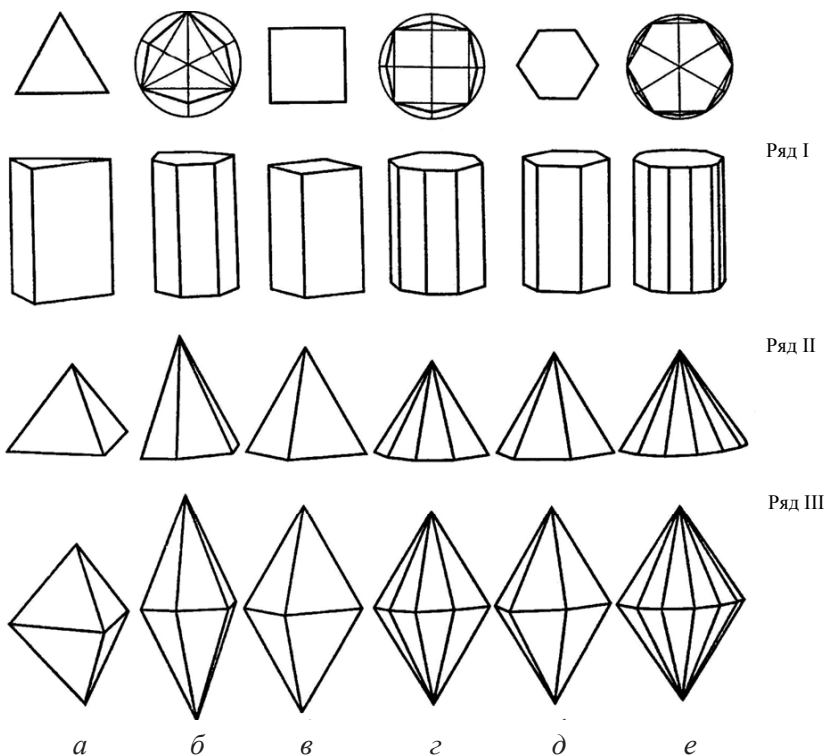


Рис. 3.3. Призмы, пирамиды и дипирамиды средней категории (верхний ряд – их сечения): *а* – тригональная; *б* – дитригональная; *в* – тетрагональная; *г* – дитетрагональная; *д* – гексагональная; *е* – дигексагональная

Пирамиды пересекают всеми своими гранями главную ось симметрии (L_3 , L_4 , L_6) в одной точке – вершине.

В тригональной сингонии имеем трехгранную (тригональную) и шестигранную (дитригональную) пирамиды (рис. 3.3, *а*, *б*); основание первой – правильный треугольник; второй – дитригон.

В тетрагональной сингонии имеются четырехгранная (тетрагональная) и восьмигранная (дитетрагональная) пирамиды (рис. 3.3, *в*, *г*). Основания – квадрат и дитетрагон. К гексагональной сингонии относятся гексагональная и дигексагональная пирамиды (рис. 3.3, *д*, *е*) с основаниями – гексагон и дигексагон.

Рассмотренные выше многогранники являются простыми открытыми формами; дипирамиды, трапецоэдры, скаленоэдры и др. – закрытыми.

Дипирамиды (рис. 3.3, ряд III) представляют собой многогранники, образованные двумя пирамидами. Они делятся на основные и с удвоенным числом граней. Дипирамиды могут быть тригональными (рис. 3.3, а), тетрагональными (рис. 3.3, в) и гексагональными (рис. 3.3, д). При удвоении числа граней – дитригональными, дитетрагональными и дигексагональными (рис. 3.3 б, г, е).

Трапецоэдры (рис. 3.4) – простые формы, сходные с дипирамидами. Грани имеют вид четырехугольников, а боковые ребра не лежат в одной плоскости. Различают тригональный трапецоэдр (рис. 3.4, а, б), состоящий из шести граней, тетрагональный (рис. 3.4, в, г) – из восьми и гексагональный (рис. 3.4, д, е) – из двенадцати граней.

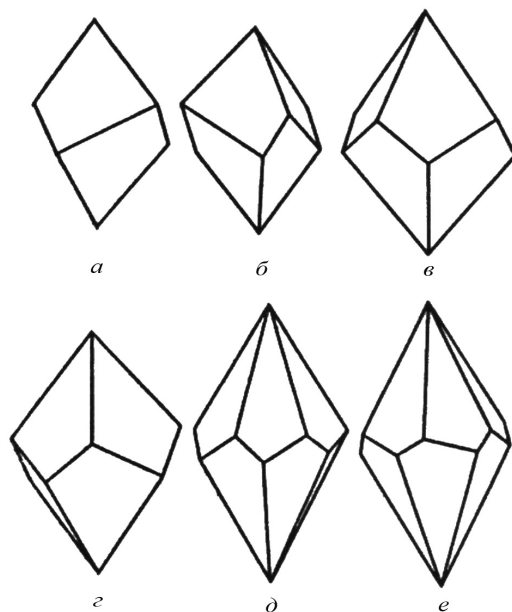


Рис. 3.4. Трапецоэдры: а, б – тригональный правый и левый; в, г – тетрагональный правый и левый; д, е – гексагональный правый и левый

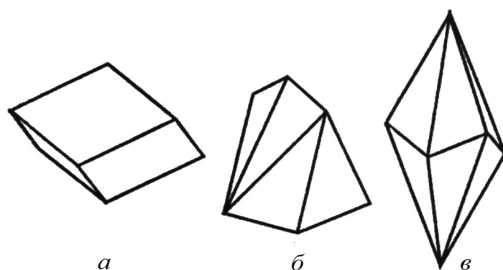


Рис. 3.5. Ромбоэдр (*a*); скаленоэдры: тригональный (*б*) и дитригональный (*в*)

Тетрагональный трапецоэдр (рис. 3.4, *в*, *г*) относится к простым формам тетрагональной сингонии. Состоит из четырех граней в виде равнобедренных треугольников, связанных инверсионной осью четвертого порядка.

Ромбоэдр (рис. 3.5, *a*) относится к формам тригональной сингонии. Представляет собой куб, вытянутый вдоль оси L_3 . Шесть граней ромбоэдра являются ромбами.

К простым формам средних категорий относятся и скаленоэдры (рис. 3.5, *б*, *в*). Они состоят из неравносторонних треугольников. Тригональный скаленоэдр относится к тригональной сингонии. Двенадцать его граней представляют собой удвоенный ромбоэдр.

Тетрагональный скаленоэдр относится к тетрагональной сингонии. Восемь его граней соответствуют удвоенному тетрагональному тетраэдру. Таким образом, разбивка простых форм средней категории по сингониям сводится к следующему:

Тригональная сингония

Призма тригональная	Пирамида тригональная
Призма дитригональная	Пирамида дитригональная
Дипирамида тригональная	Ромбоэдр
Дипирамида дитригональная	Моноэдр
Трапецоэдр тригональный	Пинакоид
Скаленоэдр тригональный	

Тетрагональная сингония

Призма тетрагональная	Дипирамида тетрагональная
Призма дитетрагональная	Дипирамида дитетрагональная
Пирамида тетрагональная	Тетраэдр тетрагональный
Пирамида дитетрагональная	Скаленоэдр тетрагональный
	Трапедоэдр тетрагональный
	Моноэдр
	Пинакоид

Гексагональная сингония

Призма гексагональная	Дипирамида гексагональная
Призма дигексагональная	Пирамида дигексагональная
Пирамида гексагональная	Трапецоид гексагональный
Пирамида дигексагональная	Моноэдр
	Пинакоид

3.4. Формы высшей категории

К высшей категории относится только кубическая сингония, включающая 15 типов простых форм. Все многогранники кубической сингонии представляют собой закрытые формы и ни в какие комбинации не вступают (рис. 3.6).

Основные формы этой категории:

куб (гексаэдр);

октаэдр;

тетраэдр.

Остальные простые формы кубической сингонии можно получить из этих, удваивая, утраивая, учетверяя и ушестеряя число граней. Куб (гексаэдр) представляет собой шесть попарно параллельных граней. Если каждую из них заменить четырьмя треугольными гранями, получается тетрагексаэдр (на каждой грани надстраивается четырехскатная крыша). Притупляя грани куба гранями, одинаково наклоненными к координатным осям, получаем ромбический додекаэдр, 12 граней которого имеют форму ромбов. Надстраивая на гранях куба двухскатные крыши – пен-

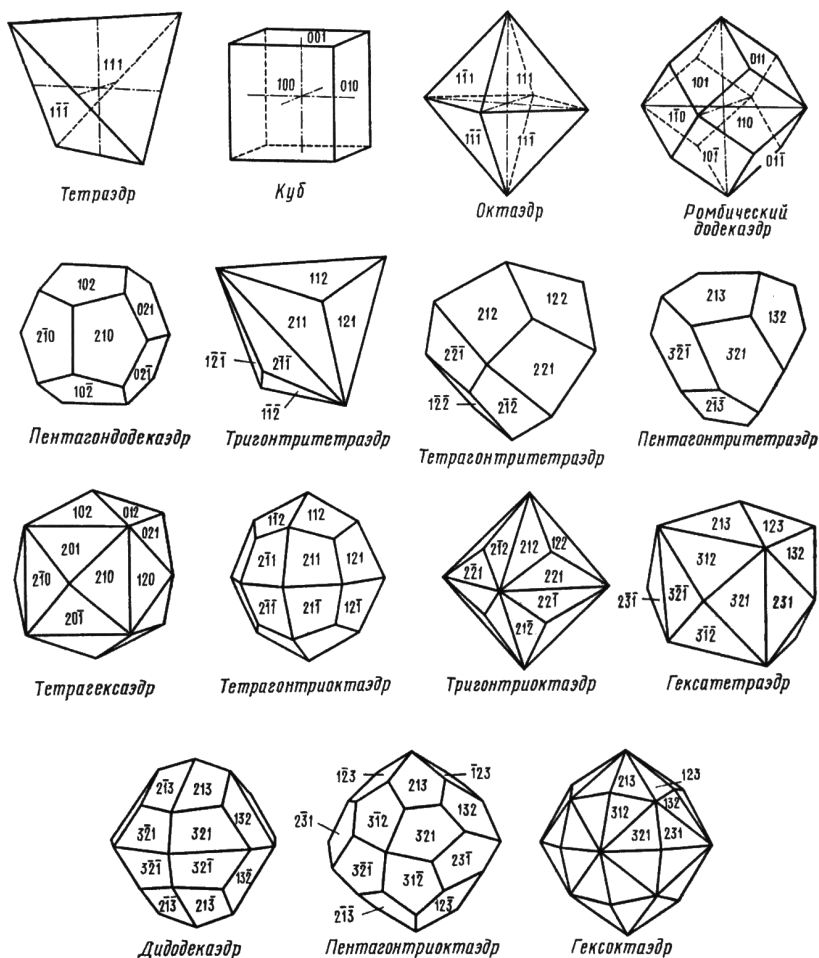


Рис. 3.6. Простые формы высшей категории

тагондодекаэдр, 12 граней которого имеют форму пятиугольников, удваивая каждую грань пентагондодекаэдра, получаем дидодекаэдр.

Октаэдр имеет восемь граней в виде правильных треугольников. Утраивая его грани (по три треугольника на каждой грани), получают тригонтриоктаэдр; по четыре треугольника – тетра-

гонтриоктаэдр, по три пятиугольника – пентагонтриоктаэдр, по шесть треугольников на каждой грани – гексаоктаэдр (48-гранник).

Тетраэдр кубической сингонии состоит из четырех равнобедренных треугольников. Если каждую грань заменить тремя гранями, то получим тригонритетраэдр (грани – треугольники); четырьмя гранями – тетрагонтетраэдр (грани – четырехугольники); пятью гранями – пентагонритетраэдр (грани – пятиугольники). При замене каждой грани шестью – гексатетраэдр. Таким образом, на основе тетраэдра можно получить тригонтетраэдр, тетрагонритетраэдр, пентагонритетраэдр, гексагонтетраэдр.

Ромбододекаэдр представляет собой простую форму, состоящую из 12 граней в виде ромбов. Такое же количество граней имеет и пентагондододекаэдр, однако их форма – неправильные пятиугольники.

3.5. Степень симметрии многогранников

Низшая категория.

Триклинная сингония объединяет наименее симметричные формы кристаллов. В триклинной сингонии существуют две точечные группы, одна из которых не обладает ни одним элементом симметрии, а другая имеет только центр симметрии. Пример – медный купорос (рис. 4.10).

В кристаллах моноклинной сингонии имеется одна плоскость симметрии $P(m)$ или одна ось второго порядка $L_2(2)$; иногда эти элементы сочетаются с центрами симметрии C . Форма симметрии L_2PC (ортоклаз, слюды, гипс). На рис. 4.12 показаны кристаллы литиевой слюды; цветовые эффекты связаны с интерференцией света.

Кристаллы ромбической сингонии могут иметь три плоскости симметрии $3P$ и три перпендикулярных им оси второго порядка – $3L_2$, а также центр симметрии C . Формула симметрии $3L_23PC$ (оливин (рис. 4.14), топаз, сера). В отличие от кристаллов моноклинной сингонии у кристаллов ромбической сингонии один или несколько элементов симметрии.

Средняя категория.

Кристаллы тригональной сингонии имеют ось симметрии третьего порядка $L_3(3)$ в единичном числе либо в сочетании с другими элементами. Наиболее совершенны кристаллы с формулой L_33L_23PC . Перпендикулярно к оси L_3 в сечении образуется равносторонний треугольник (тригон). Примером является кварц.

Характерным признаком тетрагональной сингонии является одна ось симметрии четвертого порядка $L_4(4)$. Характерное сочетание элементов симметрии L_44L_25PC . В сечении многогранников образуется квадрат (тетрагон), пример: касситерит (оловянный камень, SnO_2), циркон (рис. 4.13).

Кристаллы гексагональной сингонии имеют одну ось симметрии шестого порядка $L_6(6)$, перпендикулярно которой в сечении образуется правильный шестиугольник (гексагон). Максимальное число элементов симметрии отражается в формуле L_66L_27PC (апатит, берилл).

Высшая категория.

Кубическая сингония. Характеризуется отсутствием единичного направления и наличием нескольких осей симметрии выше второго порядка. Максимальное число элементов симметрии $3L_44L_36L_29PC (m\bar{3}m)$.

3.6. Реальные формы кристаллов

При формировании (росте) кристаллов чаще образуются не простые формы, а их сочетания, которые носят название комбинаций. Таким образом, природный кристалл – комбинация простых форм данной группы. Преимущественное развитие при росте кристаллов определенной простой формы и сочетание простых форм зависят от условий роста. Наиболее развитыми оказываются обычно грани простых форм, у которых скорости роста наименьшие. Обычно этим граням соответствуют простые символы, т. е. наименьшие индексы.

Проанализируем некоторые реальные формы кристаллов.

Многогранник, показанный на рис. 3.7, представляет собой гексагональную призму, основанием которой является правильный

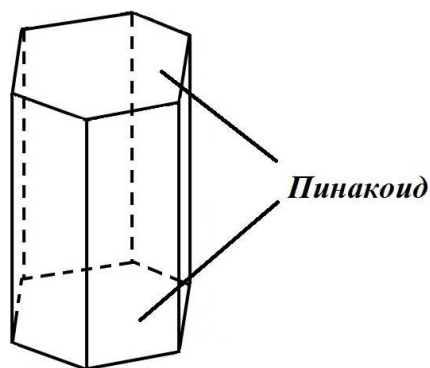


Рис. 3.7. Гексагональная призма

шестиугольник (гексагон). Верхнее и нижнее основания призмы (горизонтальные грани) составляют особую форму – пинакоид. Таким образом, многогранник представляет собой комбинацию двух простых форм: гексагональной призмы (к которой относятся шесть одинаковых вертикальных граней) и пинакоида (образованного двумя одинаковыми горизонтальными гранями). Обе простые формы являются открытыми и в отдельности существовать не могут.

Таким образом, анализ граней позволяет разобраться в симметрии реальных кристаллов. Этому помогает и анализ скульптуры грани (следы процессов роста). Например, рассмотрение кристаллов свинцового блеска PbS (галенит) и пирита FeS_2 свидетельствует о том, что оба кристалла кубические. Однако штриховка граней различна. (Штриховка граней представляет собой слои материала, которые образовались при росте кристалла.) Следовательно, симметрия этих кристаллов различна. Симметрия PbS описывается формулой $3L_4 4L_3 L_2 9PC$, а симметрия FeS_2 – формулой $4L_3 3L_2 3PC$. Класс симметрии PbS – $m\bar{3}m$, а FeS_2 – $m\bar{3}$. PbS – тригонтриоктаэдр, FeS_2 – дидодекаэдр (рис. 3.8).

Монокристаллы в природе встречаются крайне редко. Обычно кристаллические вещества образуют сростки. Сростки по расположению зерен подразделяются на незакономерные и приближенно закономерные. Незакономерные сростки представляют собой

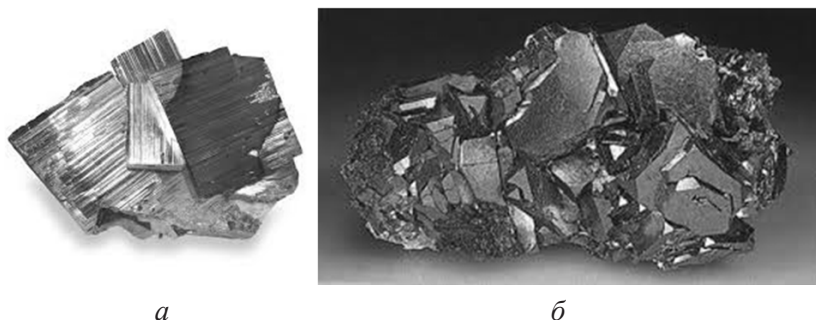


Рис. 3.8. Кристаллы пирита (а) и галенита (б)

хаотично расположенные кристаллические зерна. Приблизненно закономерные сростки – агрегаты, с заметной закономерностью расположения зерен (в вертикальной или горизонтальной плоскостях). Пример – друза кварца (друза – сросток кристаллов, выросших на общее основание).

Закономерные сростки – сростки нескольких кристаллов по плоскости симметрии. К ним относятся и двойники, и тройники, и другие сростания или прорастания – сростки кристаллов по плоскостям двойникования. Примеры представлены на рис. 3.9.

Для правильного определения симметрии реальных форм кристаллов необходимо сравнивать не только элементы кристаллической решетки (грани, ребра), но и учитывать физические свойства.

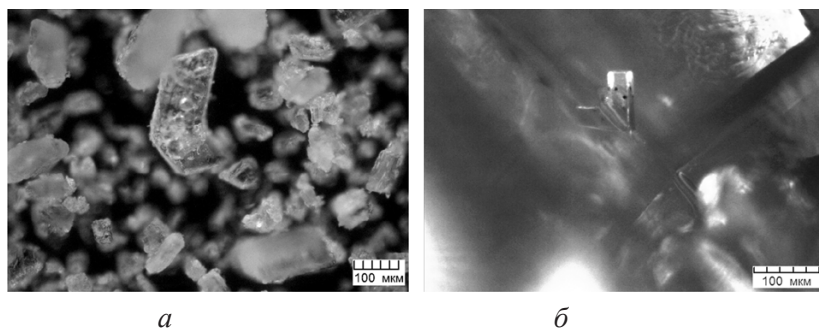


Рис. 3.9. Двойники: а – гидрокарбонат натрия (пищевая сода); б – соль мертвого моря

3.7. Кристаллы металлов

Металлический материал представляет собой поликристалл. Поскольку зерна (монокристаллы) металла растут в стесненных условиях, то они не имеют правильной формы. На рис. 3.10 показаны зерна на изломе стали. Поскольку излом интеркристаллитный (по границам зерен), то видно, что это кристаллы (в данном случае феррита), их грани видны.

Формирование кристаллов может происходить по различным механизмам, но так или иначе происходит в результате процесса кристаллизации. Кристаллизация может происходить из раствора. Так формируются кристаллы химических веществ, например, медного купороса, поваренной соли. Примером естественного процесса кристаллизации является рост кристаллов соли в Мертвом море (рис. 3.11, 3.9, б). Соль Мертвого моря содержит около 50,8 % хлорида магния, 14,4 % хлорида кальция, 30,4 % хлорида натрия и 4,4 % хлорида калия. Такая соль кристаллизуется в виде кубических или тетрагональных кристаллов.

Кристаллы металлов также могут формироваться из раствора. Это происходит при гальваническом процессе. На рис. 3.12 показаны столбчатые кристаллы (зерна) меди, сформировавшиеся на медной подложке гальваническим осаждением из раствора сульфата меди.

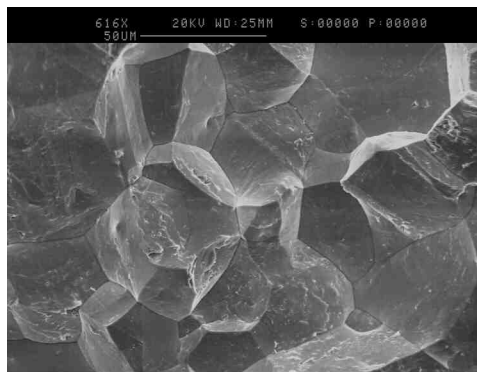


Рис. 3.10. Зерна в структуре излома образца стали



Рис. 3.11. Кристаллы соли Мертвого моря

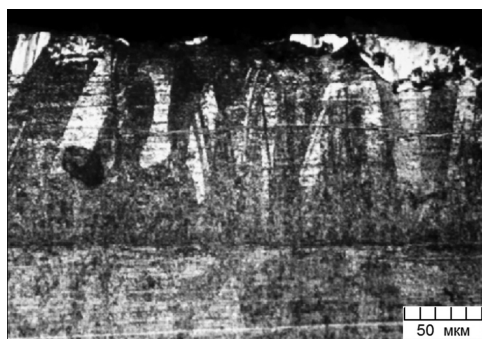


Рис. 3.12. Гальваническое покрытие меди

Кристаллы внутри металлической системы могут вырастать из парогазовой фазы. На рис. 3.13 показаны кристаллы внутри пор образца состава титан–кремний, сформировавшиеся в процессе получения образца СВС-процессом.

Еще одна разновидность формирования кристаллов – затвердевание металлов и сплавов. Кристаллизация жидкого металла подчиняется очень сложным законам. Для начала затвердевания необходима разность температур. При кристаллизации из расплава формируются дендритные структуры.

Дендриты (от греч. *δέυδρον* – дерево) – сложнокристаллические образования древовидной ветвящейся структуры (wikipedia –

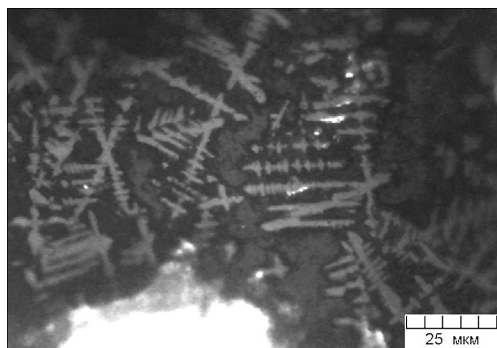
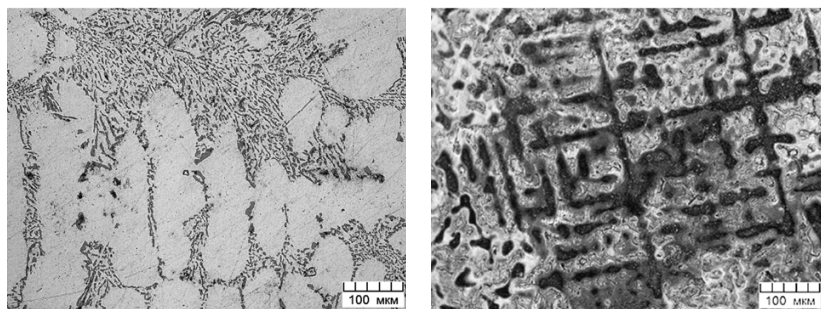


Рис. 3.13. Кристаллы, образовавшиеся из газовой фазы, в системе $Si-Ti$ при СВС-процессе

статья «Дендрит»). Это определение очень удачное – дендриты действительно имеют форму разветвленного древоподобного образования. Кристаллизация из жидкости начинается с появлением центров кристаллизации, т. е. точек, из которых продолжается дальнейшее построение кристаллов. В результате этого из жидкости начинают формироваться кристаллические образования разного вида. В исключительных случаях формируется кристалл, имеющий геометрически правильную форму – многогранник или полиэдр. Это происходит в тех случаях, когда внешние условия способствуют полному развитию кристалла (во всех направлениях).

В обычных условиях формируются кристаллы неправильных очертаний, которые называют кристаллитами. Различают кристаллиты двух видов. В одном случае форма кристаллита приближается к многогранной или же принимает округлые очертания. Такое образование называется зерном (рис. 3.10). В другом случае кристаллические образования имеют ветвистую форму с незаполненными промежутками, напоминающую деревце. Их и называют дендритами.

Дендриты являются начальной стадией формирования кристалла. Кристалл начинает формироваться от центра кристаллизации. При этом не получается плотная укладка кристаллических групп в один кристалл; сначала эти группы связываются



a

б

Рис. 3.14. Дендритная структура: дендриты алюминиевого твердого раствора и эвтектика в силумине (*a*); дендриты медной фазы в бронзе БрОФ10-1 (*б*)

друг с другом по определенным направлениям, образуя оси будущего кристалла. Если условия кристаллизации таковы, что пространства между осями не успевают или не могут заполниться, форма дендрита сохраняется и ее можно наблюдать. Дендриты в металлических сплавах показаны на рис. 3.14 и 3.15.

Образование кристаллов в сплавах возможно и в твердой фазе при фазовых превращениях первого рода, например, формирование кристаллов мартенсита при закалке. На рис. 3.16 показана структура наплавки чугуна на сталь. Наплавленный слой охлаждался быстро, в результате чего образовалась структура закалки. Здесь показаны иглообразные кристаллы мартенсита (темные), остаточный аустенит (светлый фон) и ледебурит.

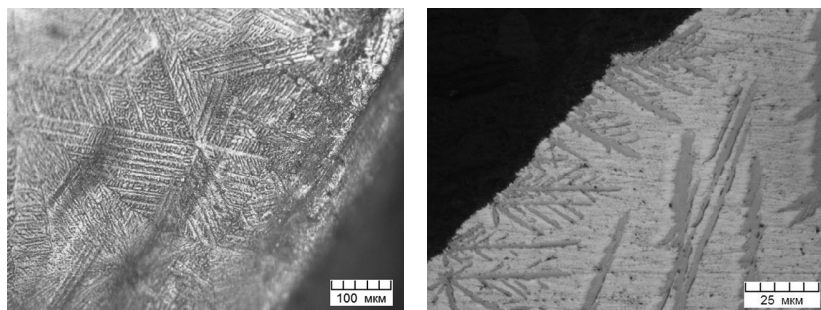


Рис. 3.15. Дендриты в гранулах высоколегированных алюминиевых сплавов

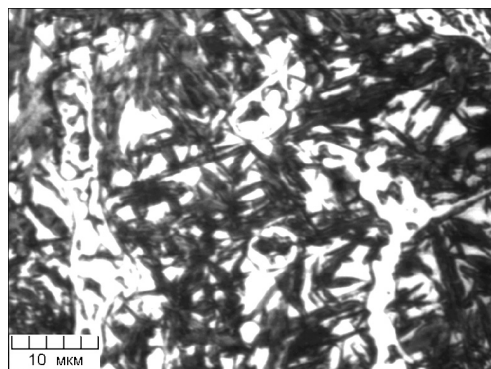


Рис. 3.16. Кристаллы мартенсита в чугуне

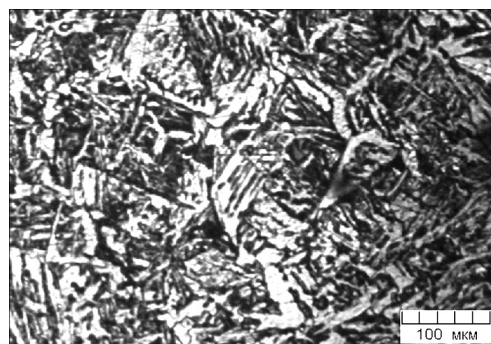


Рис. 3.17. Видманштетт в стали; игольчатые кристаллы феррита

Если скорость охлаждения не достигает закалочной, то может сформироваться видманштеттова структура (рис. 3.17). Это микроструктура сплава, сформированная в процессе кристаллизации или фазовой перекристаллизации, представляющая собой кристаллы, растущие в определенных направлениях, с прослойкой эвтектики. Образование видманштеттовой структуры в стали связано с определенной скоростью охлаждения и величиной переохлаждения в момент распада аустенита. Происхождение видманштетта объясняется на основе распределения прослоек эвтектики (эвтектоида) параллельно граням растущего кристалла. В доэвтектоидной стали растущим кристаллом является феррит,

в заэвтектоидной – цементит; перлит – это эвтектическая прослойка. Кристаллы новой фазы (феррит или цементит) возникают и растут в определенной ориентационной связи с решеткой исходной фазы (аустенита); скорость их роста в некоторых кристаллографических плоскостях и направлениях в аустените больше, чем в других. Таким образом, в результате образуются кристаллы пластинчатой и игольчатой формы. Поэтому взаимная ориентация кристаллов, образовавшихся в одном исходном зерне, будет закономерной, а углы между направлениями пластин и игл будут вполне определенными. На рис. 3.17 показано, что кристаллы феррита либо параллельны, либо расположены под определенными углами друг относительно друга. Видманштетт можно наблюдать в процессах сварки, наплавки, сплавления.

ПРИМЕРЫ КРИСТАЛЛОВ ХИМИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

В этом разделе показаны кристаллы тех веществ, с которыми мы часто встречаемся в быту или в процессе лабораторных работ.

Хлорид натрия, или **хлористый натрий** (NaCl) – натриевая соль соляной кислоты. Кристаллическая решетка гранецентрированная кубическая.

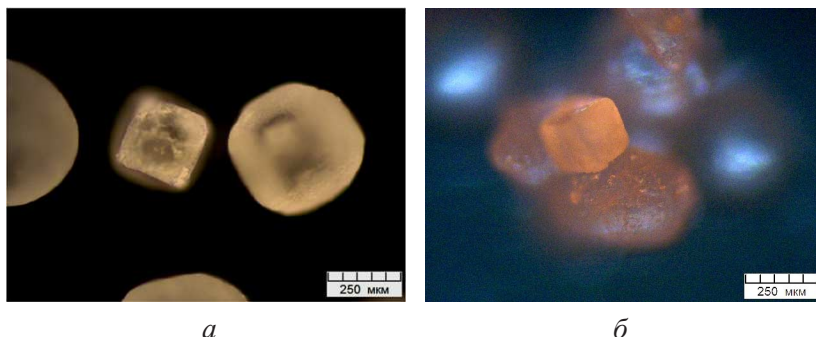


Рис. 4.1. Кубические и овализованные кристаллы поваренной соли: *a* – съемка на отражение; *б* – на просвет

Гексацианоферрат (II) калия (железистосинеродистый калий, ферроцианид калия, гексацианоферроат калия, жёлтая кровавая соль) – комплексное соединение двухвалентного железа $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]$, существующее обычно в виде тригидрата $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6] \cdot 3\text{H}_2\text{O}$. Светло-жёлтые кристаллы с тетрагональной решеткой.

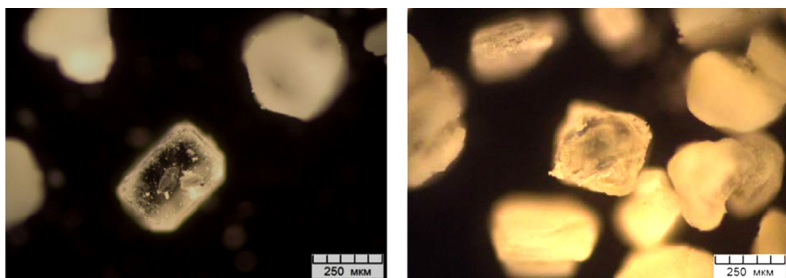


Рис. 4.2. Желтая кровяная соль

Хромат калия – неорганическое соединение, соль металла калия и хромовой кислоты с формулой K_2CrO_4 . Хромат калия образует жёлтые кристаллы ромбической сингонии.

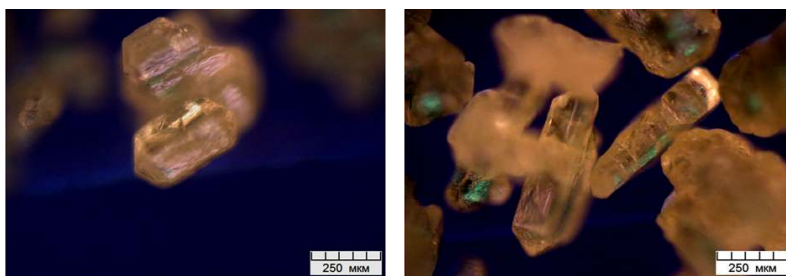


Рис. 4.3. Хромат калия

Сульфат никеля (II), никелевый купорос, никель сернокислый. Химическая формула $NiSO_4$ – соль серной кислоты и двухвалентного никеля, ромбические кристаллы.

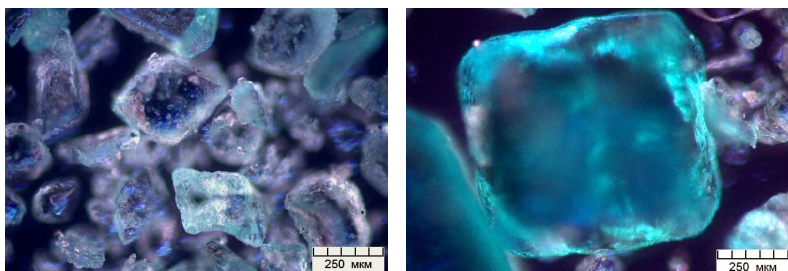


Рис. 4.4. Сульфат никеля

Перманганат калия (распространённое название в быту – марганцовка) – марганцовокислый калий, калиевая соль марганцовой кислоты. Химическая формула – KMnO_4 . Пурпурные орторомбические призматические кристаллы. В отраженном свете имеют желто-розовый цвет.

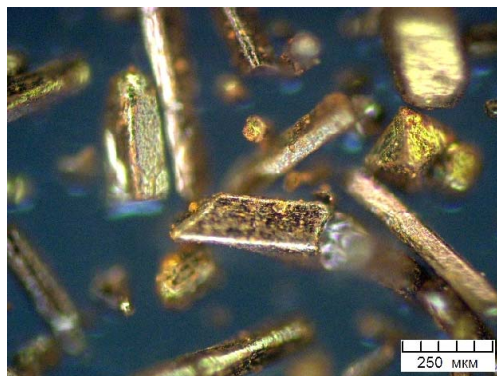


Рис. 4.5. Перманганат калия

Гексацианоферрат (III) калия (железосинеродистый калий, феррицианид калия, гексацианоферриат калия, красная кровяная соль) – комплексное соединение трёхвалентного железа $\text{K}_3[\text{Fe}(\text{CN})_6]$. Тёмно-красные кристаллы с моноклинной решеткой.

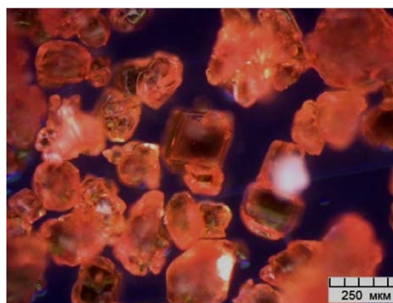
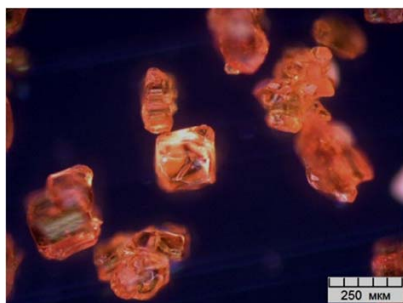


Рис. 4.6. Красная кровяная соль

Гидрокарбонат натрия (другие названия: питьевая сода, пищевая сода, бикарбонат натрия, натрий двууглекислый) – кислая соль угольной кислоты и натрия с формулой NaHCO_3 . Обычно представляет собой мелкокристаллический порошок белого цвета. Кристаллическая решетка моноклинная.

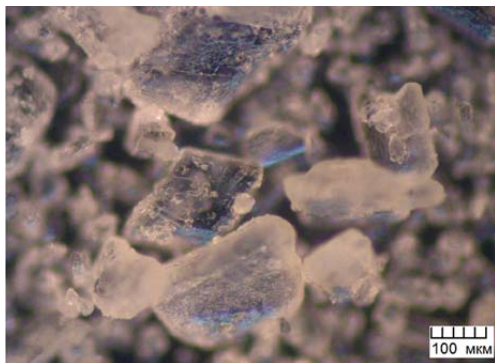


Рис. 4.7. Пищевая сода

Корунд – минерал, кристаллический α -оксид алюминия (Al_2O_3), тригональной сингонии. Кристаллы имеют призматическую или бипирамидальную форму. Благодаря развитию граней бипирамид кристаллы часто принимают характерный бочонковидный облик.



a



б

Рис. 4.8. Технический корунд (для гидроабразивной резки):
a – съемка на отражение; *б* – съемка на просвет

Дихромат калия (двухромовокислый калий, бихромат калия, *техн. хромпик*) – калиевая соль дихромовой кислоты с химической формулой $K_2Cr_2O_7$. Оранжевые кристаллы с триклинной решеткой.

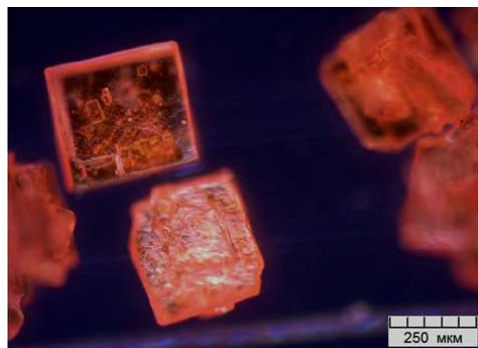
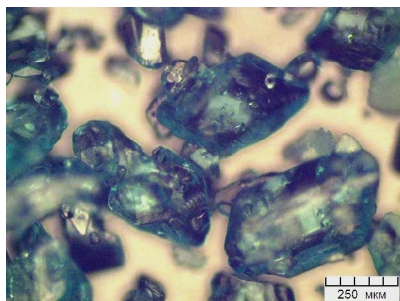
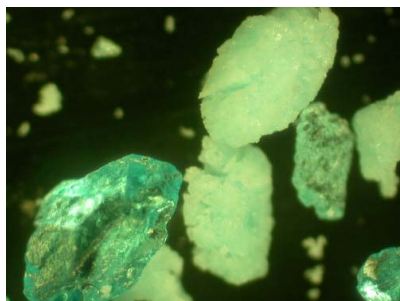


Рис. 4.9. Дихромат калия

Сульфат меди (II) (медь сернокислая, медный купорос) – медная соль серной кислоты с формулой $CuSO_4$. В виде кристаллогидратов – прозрачные негигроскопичные кристаллы различных оттенков синего цвета (пентагидрат $CuSO_4 \cdot 5H_2O$). В безводном виде – белый порошок.



a



б

Рис. 4.10. Медный купорос: *a* – гидратированные кристаллы, съемка в светлом поле; *б* – гидратированные и дегидратированные кристаллы, темнопольное освещение

Куприт (син.: красная медная руда, назв. от лат. *cuprum* – медь) – минерал класса оксидов, Cu_2O . Тёмно-красные, просвечивающие до полупрозрачных, кристаллы кубической сингонии.

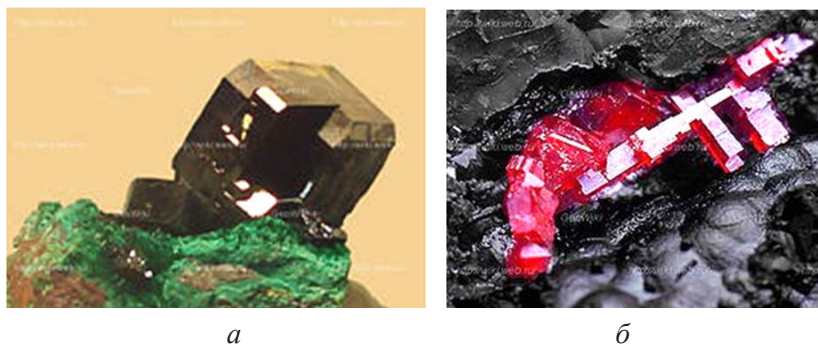


Рис. 4.11. Кристаллы куприта: *a* – куприт на брошантите (Bisbee, Arizona) (rusmineral.ru); *б* – куприт, двойник 12 мм (Меднорудянское м-е, Урал)

Слюда – алюмосиликат, обладающий слоистой структурой. Химическая формула $\text{KLiFeAl}[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH}, \text{F})_2$. Относится к псевдогексагональной сингонии.

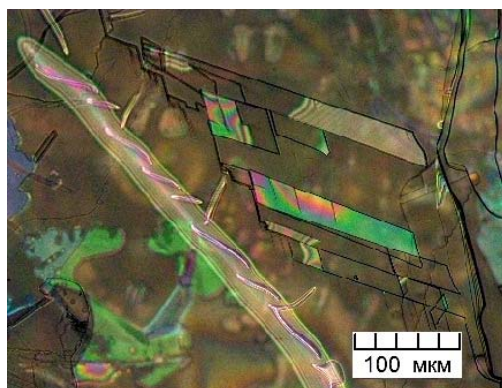


Рис. 4.12. Литиевая слюда

Флюорит (от лат. *fluere* – течь, название дано в 1529 году Агриколой в виде «флюорес» из-за его легкоплавкости), син.: плавиновый шпат – минерал, фторид кальция CaF_2 . Хрупок, окрашен в различные цвета: жёлтый, зелёный, синий, голубой, красноват-розовый, фиолетовый, иногда фиолетово-чёрный; бесцветные кристаллы редки. Характерна зональность окраски. Окраска вызвана дефектами кристаллической структуры, которая реагирует на радиоактивное облучение и нагревание. Сингония кубическая.



Рис. 4.13. Кристаллы флюорита различной окраски

Оливин – породообразующий минерал, магниезально-железистый силикат с формулой $(\text{Mg}, \text{Fe})_2[\text{SiO}_4]$. Оливин очень широко распространён в земной мантии. Это один из самых распространённых на Земле минералов. Относится к ромбической сингонии.

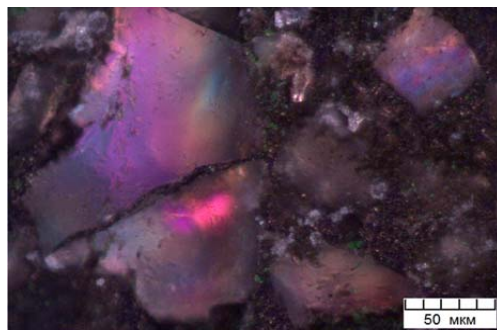
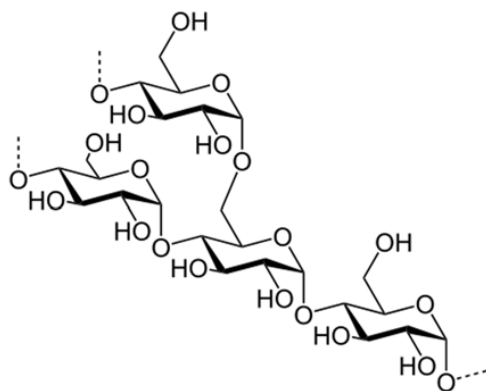


Рис. 4.14. Оливин в составе метеорита; поляризованный свет

Аморфные материалы, как известно, не имеют кристаллического строения и, следовательно, их частицы не имеют формы кристаллов. Частицы аморфных материалов могут иметь произвольную округлую форму. Например, крахмал ($C_6H_{10}O_5$)_n – смесь полисахаридов амилозы и амилопектина со сложной структурной формулой. При визуальном рассмотрении это аморфный порошок белого цвета. Под микроскопом видны отдельные частично прозрачные зёрна.



a



б

Рис. 4.15. Крахмал: *a* – структурная формула; *б* – частицы порошка; темнопольное освещение

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шаскольская, М. П. Кристаллография: учеб. для ВТУЗов / М. П. Шаскольская. – М.: Высшая школа, 1976. – 391 с.
2. Кузьмичева, Г. Н. Основные разделы кристаллографии: учеб. пособие / Г. Н. Кузьмичева. – М.: МИТХТ, 2002. – 80 с.
3. Егоров-Тисменко, Ю. К. Кристаллография и кристаллохимия: учеб. / Ю. К. Егоров-Тисменко ; под ред. акад. В. С. Урусова. – М.: КДУ, 2005. – 592 с.
4. Келли, А. Кристаллография и дефекты в кристаллах / А. Келли, Г. Гровс. – М.: Мир, 1974. – 486 с.
5. Белов, Н. В. Очерки по структурной кристаллографии и федоровским группам симметрии / Н. В. Белов. – М.: Наука, 1986. – 278 с.
6. Вайнштейн, Б. К. Современная кристаллография. Т. 1 / Б. К. Вайнштейн. – М.: Наука, 1979.
7. Егоров-Тисменко, Ю. К. Кристаллография / под ред. проф. В. С. Урусова / Ю. К. Егоров-Тисменко, Г. П. Латвийская, Ю. Г. Загальская. – М.: МГУ, 1992. – 288 с.
8. Егоров-Тисменко, Ю. К. Теория симметрии кристаллов / Ю. К. Егоров-Тисменко, Г. П. Литвинская. – М.: ГЕОС, 2000. – 394 с.
9. Загальская, Ю. Г. Геометрическая кристаллография / Ю. Г. Загальская, Г. П. Литвинская, Ю. К. Егоров-Тисменко. – М.: Изд-во МГУ, 1986. – 166 с.
10. Современная кристаллография / Х. С. Багдасаров [и др.]. – М.: Наука, 1980. – 401 с.
11. Чупрунов, Е. В. Основы кристаллографии / Е. В. Чупрунов, А. Ф. Хохлов, М. А. Фадеев. – М.: Физматлит, 2004. – 501 с.
12. Шафрановский, И. И. История кристаллографии в России / И. И. Шафрановский. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, Ленингр. отд-ние, 1962. – 416 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
<i>Раздел 1. Геометрическая кристаллография</i>	7
1.1. Пространственная решетка	7
1.2. Определение направлений и атомных рядов.....	9
1.2.1. Полярная система координат.....	9
1.2.2. Сферическая проекция.....	10
1.2.3. Стереографическая проекция	11
1.2.4. Сетка Вульфа.....	12
1.2.5. Гномостереографическая проекция	14
1.3. Определение символов плоскостей и направлений.....	15
1.3.1. Методы определения символов плоскостей	15
1.3.2. Индексирование направлений	20
<i>Раздел 2. Симметрия кристаллов</i>	22
2.1. Общие понятия. Элементы симметрии	22
2.2. Кристаллографические категории, сингонии и системы осей координат	27
2.3. Классы симметрии	30
2.4. Международная символика симметрии и формула симметрии	32
2.5. Решетки Бравэ.....	41
<i>Раздел 3. Формы кристаллов</i>	49
3.1. Простейшие формы и комбинации.....	49
3.2. Формы низшей категории	51
3.3. Формы средней категории.....	52
3.4. Формы высшей категории	56
3.5. Степень симметрии многогранников	58
3.6. Реальные формы кристаллов	59
3.7. Кристаллы металлов	62
<i>Раздел 4. Примеры кристаллов химических соединений</i>	68
Список использованных источников	76

Научное издание

Тофпенец Римма Лазаревна,
Анисович Анна Геннадиевна

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Редактор *М. С. Макрицкая*
Художественный редактор *В. В. Домненков*
Технический редактор *О. А. Толстая*
Компьютерная верстка *Ю. А. Агейчик*

Подписано в печать 01.11.2019. Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 4,53. Уч.-изд. л. 3,2. Тираж 100 экз. Заказ 269.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом
«Беларуская навука». Свидетельства о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/18
от 02.08.2013, № 2/196 от 05.04.2017. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск.